Математика, физика, техника. 2022, №1

ФИЗИКА

УДК 532.5:536.2

DOI: 10.52754/16947452_2022_1_177

КВАДРАТТЫК ТУРБУЛЕНТТҮҮ КОНВЕКЦИЯНЫ МОДЕЛДЕШТИРҮҮ

Калбекова Махбурат Жамшитбековна, окутуучу

mkalbekova@list.ru

Ош мамлекеттик университети,

Ош, Кыргызстан

Аннотация: *Берилген жумушта эки өлчөмдүү коюлуштагы көлөмдүк-ысытылган суюктуктагы турбуленттик конвекциянын сандык анализи жүргүзүлгөн. Навье-Стокстун теңдемелер системасын Буссинестин жакындоосу менен чечүүнүн сандык методу сунушталды. Математикалык моделдештирүү Пранталдын Pr=0.6 санында Open FOAM ачык пакетинин жардамында Рэлейдин санынын* 10^6 *дан* 10^{11} *ге чейинки диапазонунда квадраттык дубалдары бар изотермалык кавернада жүргүзүлгөн. Бул жумушта каралган маселени чечүү процедурасы катарында Open FOAM программасындагы контролдук көлөм методун жана PIMPLE алгоритми колдонулду. Open FOAM пакетине имплементтештирилген турбуленттүүлүктүн моделдеринен үч модель каралды, алар: классикалык k-ε модель, анын Рейнольдстун төмөнкү сандары үчүн вариациясы жана турбуленттүүлүктүн k-ω-SST – модели. Турбуленттүүлүктүн үч моделин колдонуу менен эсептөөлөрдүн жыйынтыктары тиешелүү эксперименталдык берилиштер менен салыштырылды. Салыштыруу турбуленттүүлүктүн k-ω-SST модели Рейнольдстун жана Рэлейдин каралган сандарында берилген маселелер классын керектүү тактыкта сүрөттөйт. Турбуленттүүлүктүн бардык каралган моделдери тигил же бул деңгээлде агымдын стационардык эмес мүнөзүн түшүндүрөт.*

Ачкыч сөздөр: *Рейнольдс саны, турбуленттүү модель, табигый конвекция, OpenFOAM, Рэлей саны.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАДРАТНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ

Калбекова Махбурат Жамшитбековна, преподаватель

mkalbekova@list.ru

Ошский государственный университет,

Ош, Кыргызстан

Аннотация: *В данной работе проведен количественный анализ турбулентной конвекции в двумерной объемно-нагретой жидкости. Предложен численный метод решения системы уравнений Навье-Стокса в приближении Бюссина. Математическое моделирование проводилось в изотермической каверне с квадратными стенками в диапазоне чисел Рэлея от 106 до 1011 с использованием открытого пакета Open FOAM в Prantal Pr = 0,6. Метод контрольного объема в программе Open FOAM и алгоритм PIMPLE использовались в качестве процедуры решения задачи в данной работе. Рассмотрены три модели турбулентности, реализованные в пакете Open FOAM: классическая k-ε модель, ее вариация для меньших чисел Рейнольдса и k-ω-SST модель турбулентности. Результаты расчетов сравнивались с соответствующими экспериментальными данными по трем моделям турбулентности. k-ω-SST модель сравнительной турбулентности с требуемой точностью описывает класс задач, представленных в рассматриваемых числах Рейнольдса и Рэлея. Все рассмотренные модели турбулентности в той или иной степени объясняют нестационарный характер течения.*

Ключевые слова: *число Рейнольдса, турбулентная модель, естественная конвекция, OpenFOAM, число Рэлея.*

MODELING SQUARE TURBULENT CONVECTION

Kalbekova Makhburat Zhamshitbekovna, Lecturer,

mkalbekova@list.ru

Osh State University,

Osh, Kyrgyzstan,

Abstract: *In this work, a quantitative analysis of turbulent convection in a two-dimensional volume-heated liquid was performed. A numerical method for solving the Navier-Stokes system of equations with Bussines approximation was proposed. Mathematical modeling was performed in an isothermal cavern with square walls in the range of 10^6 to 10^{11} Rayleigh numbers using the Open FOAM open package in Prantal Pr = 0.6. The control volume method in the Open FOAM program and the PIMPLE algorithm were used as a problem-solving procedure in this paper. Three models of turbulence implemented in the Open FOAM package were considered: the classical k-ε model, its variation for the lower Reynolds numbers, and the k-ω-SST model of turbulence. The results of the calculations were*

compared with the relevant experimental data using three models of turbulence. The k-ω-SST model of comparative turbulence describes the class of problems presented in the considered numbers of Reynolds and Rayleigh with the required accuracy. All considered models of turbulence explain to some extent the non-stationary nature of the flow.

Keywords: *Reynolds number, turbulent model, natural convection, OpenFOAM, Relay number.*

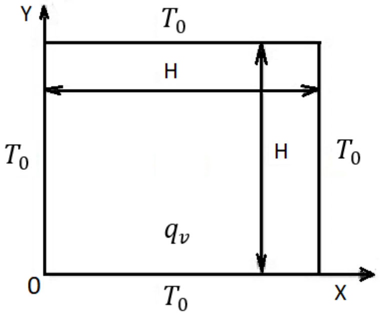
Киришүү. Азыркы мезгилдерде табигый конвекцияны моделдештирүү проблемасына көп көңүл бөлүнүүдө [1-6], бул ар кандай техникалык системалардын жана түзүлүштөрдүн энергетикалык эффективдүүлүгүн жакшыртуу зарылчылыгы менен байланыштуу. Табигый конвекция процессин башкаруу жолу менен көптөгөн технологиялык процесстердин эффективдүүлүгүн маңыздуу түрдө жакшыртууга болот. Көп сандаган эсептик жана эксперименталдык иштердин, математикалык моделин колдонуунун ар кандай методдору жана аны сандык реализациялоонун ар кандай ыкмалары болгондугуна карабастан, суюктуктун ар кандай агымдарындагы жылуулукту конвективдик өткөрүүнүн практикалык колдонуунун потенциалы идеалдуулуктан алыс. Бул жумуштарда табигый конвекциянын тигил же бул закон ченемдүүлүктөрүн жетишээрлик жөнөкөй моделдерди колдонуу каралган жана энергиянын локалдык булагы бар учурдагы жылуулук өткөрүмдүүлүктүн өзгөчөлүктөрү эске алынбаган. Мындай катуу божомолдоодо да табигый конвективдик агымды моделдештирүү татаал болуп эсептелет. Рэлейдин санынын чоң маанилеринде (10^{17} чейин) турбуленттүүлүктүн моделдештирүүдө бир катар факторлордон көз каранды болгон проблемалар келип чыгат. Баарынан мурда, мындай агымдар өздөрүнүн өзгөчөлүгү боюнча туруксуз болушат. Экинчи кыйынчылык – дубалга жакын аймактардын негизги чоңдуктарынын чоң градиенттерин эсепке алуу. Акырында, турбуленттик кинетикалык энергиянын генерациясын агуучулук эффектисинен улам туура моделдештирүү зарыл.

Жумуштун максаты. Open FOAMга [7] имплементирлештирилген, классикалык k-ε - моделди, Рейнолдстун төмөнкү сандары үчүн аны вариациялоо, Лоундер – Шармдын Re – моделин жана k-ω-SST

турбуленттүүлүктүн моделин табигый конвективдик агымды квадраттык кавернде сүрөттөө үчүн мүмкүнчүлүктөрдү баалоо.

Моделдештирүүнүн жыйынтыгын тиешелүү эксперментелдык берилиштери менен салыштыруу, турбулентүүлүктүн үч моделин колдонуудагы башка авторлордун моделдештирүүсү менен салыштыруу турбулентүүлүктүн k-ω-SST модели маселелердин берилген классын Рэйнольдстун жана Рэлейдин каралган сандарын керектүү тактыкта сүрөттөйт жана эксперимент менен дээрлик дал келет. Турбулентүүлүктүн бардык каралган моделдери керектүү тактыкта агымдын стационардык эмес мүнөзүн берет.

Маселенин коюулушу. Температурасы $T_0 = 273\,K$ 1-сүрөттө изотермалык, дубалдары квадраттык кавернадагы көлөмдүк ысытылган кысылбоочу суюктуктагы табигый конвективдик агым берилген. Суюктук үчүн Прондтлдын саны *Pr=0.6га барабар болду, ал эми Рэлейдин тиешелүү саны* 10^6 нан 10^{11} не чейин болду.



1-сүрөт. Каралуучу маселенин геометриясы

Математикалык модель. Ички жылуулуктун көлөмдүү булагына ээ болгон кысылбоочу суюктук үчүн массанын, импульстун жана энергиянын сакталуу закондорун камтыган Рейнольдс боюнча орточолоштурулган Навье-Стокстун теңдемесин табигый конвекцияны эске алуу менен төмөнкү теңдемелер түрүндө жазууга болот:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial^2 \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j^2} - \beta(T - T_0)\,g_i \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i\frac{\partial T}{\partial x_i} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u_i' T'}}{\partial x_i} + \frac{q_v}{\rho c_p} \qquad (3)$$

мында, u_i –орточо ылдамдыктын x_i координаттык огунун багыты компонентасы, P – орточо басым, ν – суюктуктун кинематикалык

илешимдүүлүк коэффициенти, β – суюктуктун көлөмдүк кеңейүүсүнүн температуралык коэффициенти, α – суюктуктун температуралык өткөрүмдүүлүк коэффициенти, ρ – суюктуктун тыгыздыгы, c_p – турактуу басымдагы суюктуктун салыштырмалуу жылуулук сыйымдуулугу, T_o-273K, T – орточо температура, g_1 – эркин түшүүнүн ылдамдануусунун x_i координаттык огунун багыты боюнча компонентасы, g_v – энергиянын бирдик көлөмгө генерациялануу чоңдугу. Штрих ылдамдыктын жана температуранын пульсациялык түзүүчүлөрүнө тиешелүү. (1-3) теңдемелер системасы туюк эмес, себеби 9 белгисиз чоңдуктарды камтыйт: U U_j – Рейнольдстун чыңалуусунун тензорунун 6 түзүүчүсүн, - турбуленттик ташуунун эсебинен жылуулук агымынын 3 түзүүчүсүн, (1-3) теңдемелер системасын туюктоо үчүн Буссинестин гипотезасына негизделген катыштар колдонулат:

$$-\overline{u_i'u_j'} = \nu_t\left(\partial u_i/\partial x_i + \partial u_j/\partial x_i\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$$

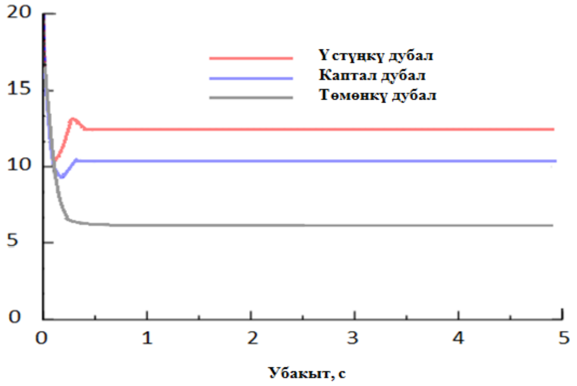
$$-\overline{u_i'T'} = \alpha_t\,\partial T/\partial x_i,\ \nu_t = \mathrm{Pr}_t\,\alpha_t : \nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$$

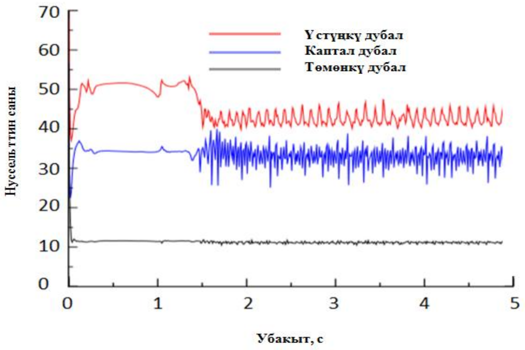
(1)-(3) теңдемелер системасын жана эсептик аймакты дискреттештирүү контролдук көлөмдөр методунун жардамында жүргүзүлдү. Эсептерде 100x100 эсептик торчосу тиешелүү түрдө O_x жана O_y координаталык окторунун багытында колдонулду. (1)-(3) теңдемелеринин бардык мүчөлөрүн мейкиндиктик дискреттештирүү үчүн экинчи тартиптеги так борбордук айырмалык схема колдонулду, убакыттын интеграциясы Эйлердин айкын эмес методу менен аткарылды. Ылдамдык жана басым аркылуу өз ара байланышкан сызыктуу эмес алгебралык теңдемелер системаксын чечүү үчүн PIMPLE алгоритми колдонулган.

Сандык эсептердин жана талкуулардын жыйынтыгы. Сандык эсептерде колдонулуучу суюктук P_r =0,6 га барабар **Пранталдын санына** ээ. Табигый конвекция кубулушун изилдөө үчүн бардык дубалдары O^oC (273K) туруктуу температурадагы эритилген ядронун муздоосун берүүчү чектик шарттары менен квадраттык каверна түрүндөгү жүнүкүй геометрия тандалып алынды.

Эсептик торчо. Open FOAM пакетинин block Mesh утилитинин жардамында генерацияланган. Сандык моделдештирүүдө RANS турбуленттүүлүгүнүн эки параметрлик моделинин үчөө колдонулду,

тактап айтканда: k-ε, k-ω-SST жана Лоундер-Шармдын төмөнрейнольдстук модели. Эсептик моделдештирүү Рэлейдин 10^6-10^{11} сандары үчүн жүргүзүлдү. Лоундер-Шармдын моделин колдонуу менен эсептин жыйынтыгы берилген 2-сүрөттө көрүнүп тургандай Ra=10^6 да Ra=10^9 болгон учурдагыдан айырмаланып, 3-сүрөт турбилентиик режимге өтө агым ламинардык боло жана туруктуу абалга жетет. Жогорку дубалда жылуулук берүү интенсивдүү. Себеби ысытылган суюктук төмөнкү темперетурадагы кавернанын жогорку дубалын көздөй агат.





2-сүрөт. Ra=10^6 үчүн Нуссельттин санын убакыт боюнча өзгөрүүсү.

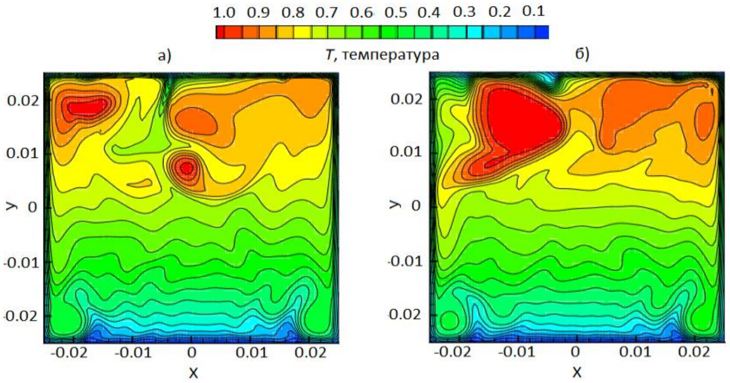
3-сүрөт. Ra=10^9 үчүн Нуссельттин санын убакыт боюнча өзгөрүүсү.

Кийин суюктук өзү менен бирге жылуулукту ташуу менен темперетурасы бир топ төмөн болгон төмөнкү дубалдарга жеткенге чейин каптал беттерди бойлой агат, демек башка дубалдарга салыштырмалуу түктө жылуулук алмашуу төмөндөйт. Ra=10^6да агым симметриялуу болот, бирок Рэлейден санын көбөйүшү менен агымдын симметриялуулугу жоголуп туруксуздук башталат. Биринчи туруксуздуктар Ra=10^8 де байкалат.

2-3 сүрөткө ылайык Лоундер-Шарманын модели жогорку дубалда Нусельттин санын жогорку маанилерин берет. Жогоруда айтылгандай суюктук бул абалга конвекциядан улум жогору кыймылдап ысытылып жетет. Бул кубулуштун себеби турбулентүүлүктүн k-ε моделинин төмөнкү рейнольдстук дагы жогорку рейнольдстук дагы версиялары токтоп турган аймактын турбуленттик кинетикалык энергиясынын генерацияланууу денгээлин толук алекваттуу сүрөттөй албайт, демек Нусельттин саны бул аймакта жогоруда айтылгандан бир топко көп.

4-сүрөттө көрсөтүлгөн температуранын талааларынын жардамында жогорку дубалдагы жогорку температура жана суюктуктун кысылган агымы каптал дубалдардын жанында пайда болгондугун жана Рэлейдин

эн жогорку саны үчүн (Ra=10^{11}) симуляция суюктуктун агымында жана аны менен байланышкан. Жылуулук берүүдө көптөгөн стационардык эмес түзүлүштөрдү берүү менен туруксуз болгондугун белгилөөгө болот.



4-сүрөт. Убакыттын t=1500 с (солдо) жана t=6000 с (ондо) моменттери үчүн Pr = 0.6 жана Ra = 10^{11} температуралардын талаасы

Корутунду. Бул жумушта Ra үчүн 10^6 дан 10^{11} га чейинки сандар үчүн, суюктукту камтыган Pr=0.6 изотермалык квадраттык дубалдары бар кавернадагы табигый конвекция анализденген. RANS теңдемелерине негизделген турбуленттүүлүктүн үч модели: k-ε, k-ω-SST жана Лоундер –Шарманын, k-ε Рейнолдсу төмөн модель. Моделдештирүү турбуленттүүлүктүн мыкты модели катарында k-ω-SST да көрсөттү, себеби бул модель башкаларына караганда ишеничтүү болду, ал эми k-ε модели моделдештирүү учурунда толугу менен туруксуз болду, бул **итерациялык** процесстин чачыроосуна жана кайрадан жүргүзүү зарылчылыгына алып келген, өзгөчө Рэлейдин жогорку саны менен моделдөөдө. Лоундер – Шарманын моделин колдонуу менен моделдештирүү итерациялардын жүрүүсү окшош экендигин көрсөттү, бирок дал келбөөчүлүк k-ε го салыштырмалуу аз болду.

Нуссельтин санынын чеги боюнча убакыттын орточолоштурулган бөлүштүрүү турбуленттүүлүк биринчи каптал дубалдарда пайда болорун көрсөттү, бул учурга төмөнкү аймактагы суюктук турбуленттүүлүк режиминин башталышы үчүн чоң каршылыкка ээ.

Конвективдик агымдын эсебинен турбуленттүүлүктүн генерациясын эсепке алуу кандайдыр бир деңгээлде k-ω-SST моделинин тактыгын жакшыртат, бул k-ε стандарттык модели үчүн тескери эффектке алып келет.

Адабияттар

1. Абрамов, А.Г.Численное моделирование турбулентной свободной конвекции паровоздушной среды в замкнутой полости при наличии пленочной конденсации на

центральнойвертикальной трубке [Текст] / Абрамов А. Г., Смирнов Е. М. // Тр. 5-й Рос. нац. конф. по теплообмену, Москва, 25–29 окт. 2010 г. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 2010. С. 33–36.

2. Горбунов, А.А. Полежаев В. И. Об условиях возникновения конвекции Рэлея — Бенара и теплообмене в околокритической среде [Текст] / Горбунов А. А., Никитин С. А. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 5. С. 19–36.

3. Ермолаев, И.А. Моделирование естественной термогравитационной конвекции в горизонтальных каналах с сечением нерегулярной формы [Текст] / Ермолаев И. А., Жбанов А. И., Кошелев В. С. // Инж.-физ. журн. 2003. Т. 76, № 4. С. 134–137.

4. Обухов, А.Г. Численное моделирование трёхмерных нестационарных конвективных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа: учебное пособие [Текст] / А.Г. Обухов, Е. М. Сорокина. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2017. – 94 с.

5. Терехов, В.И. Трехмерная ламинарная конвекция внутри параллелепипеда с нагревом боковых стенок [Текст] / Терехов В. И., Экаид А. Л. // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 6. С. 905–911.

6. Calcagni, B. Paroncini M. Natural convective heat transfers in square enclosures heated from below [Текст] / Calcagni B., Marsili F. // Appl. Therm. Engng. 2005. V. 25. P. 2522–2531. https://cfd.direct/openfoam/user-guide-v5/. OpenFOAM v5 User Guide.