ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИНИН ЖАРЧЫСЫ. ПЕДАГОГИКА. ПСИХОЛОГИЯ
ВЕСТНИК ОШСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА. ПЕДАГОГИКА. ПСИХОЛОГИЯ
JOURNAL OF OSH STATE UNIVERSITY. PEDAGOGY. PSYCHOLOGY

e-ISSN: 1694-8742
№ 2 (5). 2024, 32-38

УДК: 51
DOI: https://doi.org/10.52754/16948742_2(5)_4-2024

О СТАНДАРТИЗАЦИИ ТЕМЫ «ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ И ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ» В УЧЕБНИКАХ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ 7-9 КЛАССОВ В КЫРГЫЗСТАНЕ

КЫРГЫЗСТАНДАГЫ 7-9-КЛАССТАР ҮЧҮН МАТЕМАТИКА ОКУУ КИТЕПТЕРИНДЕГИ «АЛТЫН КЕСИЛИШ ЖАНА ФИБОНАЧЧИ САНДАРЫ» ТЕМАСЫН СТАНДАРТТАШТЫРУУ ЖӨНҮНДӨ

ON THE STANDARDIZATION OF THE TOPIC "GOLDEN SECTION AND FIBONACCI NUMBERS" IN MATHEMATICS TEXTBOOKS FOR GRADES 7-9 IN KYRGYZSTAN

Байзаков Асан Байзакович
Байзаков Асан Байзакович
Baizakov Asan Baizakovich

д-р физ.-мат. наук, профессор, Институт математики Национальной академии наук Кыргызской Республики
физ.-мат. илимд. д-ру, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институту
D-r. of Phys.-Math. Sc., professor, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic
asan_baizakov@mail.ru
ORCID: 0009-0000-2301-0955

Джапарова Салтанат Нургожоевна
Джапарова Салтанат Нургожоевна
Dzhaparova Saltanat Nurgozhoevna

канд. пед. наук, доцент Иссык Кульского государственного университета им. К. Тыныстанова
пед. илимд. канд., К. Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университетинин доценти
Cand. of Ped. Sciences, Associate Professor, Issyk Kul State University named after K. Tynystanov
japarva@iksu.kg
ORCID: 0000-0002-0608-0529

О СТАНДАРТИЗАЦИИ ТЕМЫ «ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ И ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ» В УЧЕБНИКАХ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ 7-9 КЛАССОВ В КЫРГЫЗСТАНЕ

Аннотация

Тема «Золотое сечения и числа Фибоначчи» не только важна для математического образования, но и дают ученикам представление о том, как математика связана с окружающим миром. А также эта тема считаются важными для развития математического мышления и понимания связи математики с реальным миром. Авторы продвигая тему «Золотое сечения и числа Фибоначчи» в новом учебнике по математике для учеников 7-9 классов в Кыргызстане как стандартную, следовали международной практике и считают, что способствует улучшение математического образования в КР.

Ключевые слова: золотое сечения, числа Фибоначчи, божественная пропорция, задачи для учеников.

Кыргызстандагы 7-9-класстар үчүн математика окуу китептериндеги «Алтын кесилиш жана Фибоначчи сандары» темасын стандартташтыруу жөнүндө

Аннотация

«Алтын кесилиш жана Фибоначчи сандары» темасы математикалык билим берүү үчүн гана маанилүү эмес, окуучуларга математиканын курчап турган дүйнө менен кандай байланышы бар экендиги жөнүндө түшүнүк берет. Бул тема ошондой эле, математикалык ой жүгүртүүнү өнүктүрүү жана математика менен реалдуу дүйнөнүн байланышын түшүнүү үчүн маанилүү деп эсептелет. Авторлор Кыргызстандын 7-9-класстарынын окуучулары үчүн жаңы математика окуу китебиндеги “Алтын кесилиш жана Фибоначчи сандары” деген теманы стандарт катары жайылтуу менен, эл аралык тажрыйбага таянып, Кыргыз Республикасында математикалык билим берүүнү жакшыртууга салым кошот деп эсептешет.

Ачкыч сөздөр: алтын кесилиш, Фибоначчи сандары, жараткандын пропорциясы, окуучулар үчүн маселелер

On the standardization of the topic "Golden section and Fibonacci numbers" in mathematics textbooks for grades 7-9 in Kyrgyzstan

Abstract

The topic “Golden Ratio and Fibonacci Numbers” is not only important for mathematics education, but also gives for schoolchildren an idea of how mathematics is related to the world around them. This topic is also considered important for the development of mathematical thinking and understanding the connection between mathematics and the real world. The authors, promoting the topic “Golden ratio and Fibonacci numbers” in the new mathematics textbook for schoolchildren in grades 7-9 in Kyrgyzstan, as standard, followed international practice and believe that it contributes to the improvement of mathematics education in the Kyrgyz Republic.

Keywords: golden ratio, Fibonacci numbers, divine proportion, tasks for schoolchildren

Введение

На данный момент, в учебниках по математике для 7–9 классов в Кыргызстане темы золотого сечения и чисел Фибоначчи не являются стандартными и обязательными. Эти темы не только важна для математического образования, но и дают ученикам представление о том, как математика связана с окружающим миром. Кроме того, данные темы развивают у учеников математическое мышление и понимания связи математики с реальным миром. Понятно, что стандартизация этих тем дает возможность создать увлекательные и познавательные занятия.

Авторы, продвигая тему «Золотое сечения и числа Фибоначчи» как стандартное в новом учебнике по математике для учеников 7–9 классов в Кыргызстане, изучали международной опыт и считают, что это способствует улучшению математического образования в республике.

Обсуждение и результаты исследования

Золотое сечение

Золотое сечение и числа Фибоначчи — это удивительные математические концепции, которые находят применение в природе, искусстве и архитектуре. Они не только красивы, но и полезны для понимания гармонии и пропорций в окружающем мире.

Золотое сечение привлекает внимание своей гармонией и балансом. Оно часто встречается в природе, что делает его особенно привлекательным для человеческого глаза. Использование этой пропорции помогает создавать произведения искусства, которые воспринимаются как естественные и красивые (Рыбников, 2007).

Определение: золотое сечение — это такое деление отрезка на две части, при котором отношение всей длины отрезка к большей части равно отношению большей части к меньшей. Это отношение приблизительно равно 1,618 и обозначается греческой буквой φ (фи).

Математически это можно выразить так: если у нас есть отрезок, разделённый на две части (a) и (b) (где (a> b)), то золотое сечение достигается, когда отношение большей части к меньшей равно отношению всего отрезка к большей части (Ковалёв, 2012), запишем:

$$\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}, \quad a\cdot a=(a+b)\cdot b\,.$$

Решая это уравнение, мы получаем: $\frac{a}{b}=\varphi$ ≈1.6180339887, где φ (фи) — это число, известное как золотое сечение (Мишель, 2006), (Hemenway, 2005).

Золотое сечение известно с древних времен, как “божественная пропорция” из-за своей частоты появления в природе и искусстве (Кнорозов, 2008). Впервые это понятие упоминается в трудах древнегреческого математика Евклида. Великий художник Леонардо да Винчи использовал золотое сечение в своих работах для создания гармоничных композиций. В архитектуре золотое сечение можно найти в пирамидах Древнего Египта и в Парфеноне в Афинах (Huntley, 1970).

Примеры нахождения золотого сечения

Пример со стержнем. Допустим, у нас есть стержень длиной 1 м. Нам нужно найти точку деления, чтобы отношение всей длины стержня к большей части было равно отношению большей части к меньшей.

Решение: обозначим длину большей части стержня через (x). Тогда длина меньшей части будет (1 - x). По определению золотого сечения, должно выполняться следующее равенство:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} \Rightarrow \; x^2 + x - 1 = 0, \;\; D = 5,$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{-1+2,236}{2} = 0,618, \;\; x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0;$$

Таким образом, точка деления стержня длиной 1 м, соответствующая золотому сечению, находится на расстоянии примерно 61.8 см от одного конца стержня.

Примеры в природе и искусстве (Vajda, 1989).

- *Раковины улиток:* спиральные раковины улиток следуют принципам золотого сечения.
- *Человеческое тело:* пропорции человеческого тела, такие как соотношение длины руки к длине пальца или соотношение роста к расстоянию от пупка до стопы, часто близки к золотому сечению (Hart, 2001).

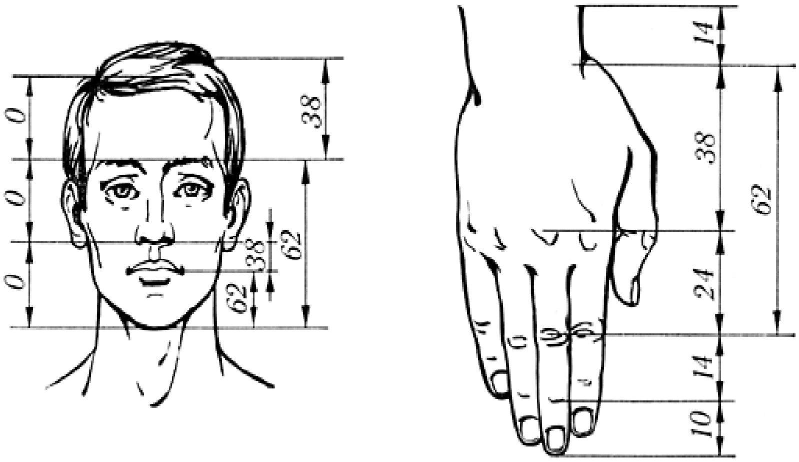

Рис. 1. Пропорции человеческого тела

- *Растения:* расположение листьев на стебле растений часто подчиняется числам Фибоначчи и золотому сечению (Синельников, 2011).
- *Искусство и архитектура:* Леонардо да Винчи в «Витрувианском человеке» и архитекторы использовали золотое сечение для достижения гармонии и эстетической привлекательности своих работ.
- *Золотое сечение в пятиконечной звезде:* в правильной пятиконечной звезде каждый отрезок делится другим отрезком, пересекающим его, в золотом сечении.

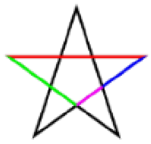

Рис. 2. Правильная пятиконечная звезда

На приведённом рисунке отношения красного отрезка к зелёному, зелёного к синему и синего к пурпурному равны φ. Кроме того, отношение красного отрезка к расстоянию между любыми соседними вершинами звезды, которое равно зелёному отрезку, также равно φ (Хемэнуэй, 2006).

2. Числа Фибоначчи

Числа Фибоначчи будем изучат в контексте арифметических и геометрических последовательностей.

Определение: числа Фибоначчи — это последовательность чисел, где каждое следующее число равно сумме двух предыдущих. Последовательность начинается с чисел 0 и 1 и продолжается так: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

Формула для нахождения n-го числа Фибоначчи выглядит так:

$$F(n)=F(n-1)+F(n-2), \text{ где } (F(0)=0) \text{ и } (F(1)=1).$$

Эта последовательность была названа в честь итальянского математика Леонардо Пизанского, известного как Фибоначчи, который впервые описал её в своей книге “Liber Abaci” в 1202 году.

Связь между числами Фибоначчи и золотым сечением

Если взять последовательные числа Фибоначчи и разделить каждое на предыдущее, то с увеличением чисел результат будет стремиться к золотому сечению (Тюрин, 2005). Например:

$$\frac{21}{13}\approx 1{,}615 \quad \text{и} \quad \frac{34}{21}\approx 1{,}619, \ldots$$

Чем больше числа Фибоначчи, тем ближе их отношение к значению φ.

Пример. Вычисление чисел Фибоначчи. Найдите следующие пять чисел в последовательности: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, … Продолжите ряд: 55, 89, 144, 233, 377, …

Числа Фибоначчи действительно удивительны и имеют множество интересных свойств и применений. Вот несколько *фактов применения* (Ionut Burtea. 2009), которые могут вас заинтересовать:

- *Искусство и архитектура:* пирамиды Египта и Парфенон в Греции построены с использованием пропорций, близких к золотому сечению. Леонардо да Винчи использовал золотое сечение в своих картинах, таких как “Мона Лиза” и “Тайная вечеря” (Капра, 2002).
- *Природные явления:* числа Фибоначчи часто встречаются в природе. Например, количество лепестков у многих цветов соответствует числам Фибоначчи: лилии имеют 3 лепестка, лютики — 5, маргаритки — 34 и так далее (Stewart, 1996).
- *Спирали,* основанные на числах Фибоначчи, можно найти в раковинах моллюсков, рогах животных, в галактиках. Эти спирали известны как логарифмические (золотые) спирали.
- *Пчелиные семьи:* в пчелиных семьях также можно наблюдать числа Фибоначчи. Если проследить родословную самца пчелы (трутня), то окажется, что у него один родитель (самка), два дедушки и бабушки, три прабабушки и прадедушки и так далее, что соответствует числам Фибоначчи.
- *Музыка:* некоторые композиторы, такие как Бах и Моцарт, использовали числа Фибоначчи для структурирования своих произведений. Например, количество тактов в некоторых произведениях соответствует числам Фибоначчи (Быкова, 2010).
- *Фракталы:* числа Фибоначчи также связаны с фракталами — сложными геометрическими фигурами, которые повторяются на разных масштабах. Примером фрактала является дерево, где каждая ветка делится на более мелкие ветви, следуя числам Фибоначчи (Данилов, 1999).

- *Финансовые рынки:* в техническом анализе финансовых рынков используются уровни Фибоначчи для прогнозирования ценовых движений. Эти уровни помогают трейдерам определять потенциальные точки разворота на графиках цен.
- *Криптография:* числа Фибоначчи используются в некоторых алгоритмах шифрования и защиты данных благодаря их уникальным математическим свойствам.
- *Компьютерные алгоритмы:* в информатике числа Фибоначчи применяются в различных алгоритмах: алгоритмы поиска и сортировки, в структурах данных, как кучи Фибоначчи.

Эти факты показывают, насколько широко и разнообразно применение чисел Фибоначчи в различных областях (Усенко, 2004),

Задачи для учеников

1. *Золотой прямоугольник:* прямоугольник имеет длину 10 единиц и ширину 6,18 единиц. Проверьте, является ли этот прямоугольник золотым, проверив, равен ли отношение длины к ширине примерно золотому сечению (≈1.618).

2. *Искусство и золотое сечение:* многие известные произведения искусства используют золотое сечение. Если высота картины 80 см, а её ширина находится в золотом отношении к высоте, найдите ширину картины (Леонтьев, 2003).

3. *Золотое сечение в природе:* измерьте длину вашей руки и длину от кончиков пальцев до локтя. Вычислите отношение. Близко ли оно к золотому сечению?

4. *Числа Фибоначчи:* найдите первые 15 чисел Фибоначчи и вычислите отношение каждого числа к предыдущему. Обсудите, как эти отношения приближаются к золотому сечению.

5. *Сумма чисел Фибоначчи:* найдите сумму первых 15 чисел Фибоначчи.

6. *Комбинированные понятия:* длина и ширина прямоугольника являются последовательными числами Фибоначчи. Если длина равна 21, какова ширина, и является ли этот прямоугольник близким к золотому?

7. *Геометрические построения:* постройте правильный пятиугольник и найдите золотое сечение в его диагоналях (Погорелов, 2001).

8. *Задачи на доказательство:* докажите, что отношение длины диагонали правильного пятиугольника к длине его стороны равно золотому сечению.

9. *Задачи на вычисление:* вычислите десятое число Фибоначчи, используя формулу $F(n)=F(n-1) + F(n-2)$, где ($F(0) = 0$) и ($F(1) = 1$).

Домашняя работа

1. Прочитайте книги и статьи о математике в природе и искусстве.

2. Посмотрите документальные фильмы о золотом сечении и числах Фибоначчи.

3. Найдите примеры золотого сечения в природе, такие как раковины моллюсков или расположение листьев на стебле растений. Подготовьте презентацию с фотографиями и объяснениями.

4. Исследуйте, как золотое сечение использовалось в известных произведениях искусства и архитектуры. Подготовьте доклад или презентацию на эту тему.

Дополнительные задачи

1. Фибоначчи в природе: Посчитайте количество лепестков на различных цветах (например, лилии, розы и ромашки). Часто ли эти числа являются числами Фибоначчи?

2. Приближение к золотому сечению: вычислите отношение последовательных чисел Фибоначчи (например, $\frac{F(10)}{F(9)}, \frac{F(11)}{F(10)}, \frac{F(12)}{F(11)}$). Что вы замечаете в этих отношениях по мере прогрессирования последовательности?

Смешанные задачи

Комбинированные понятия: длина и ширина прямоугольника являются последовательными числами Фибоначчи. Если длина равна 21, какова ширина, и является ли этот прямоугольник близким к золотому?

Применение в дизайне: вы проектируете прямоугольный сад и хотите, чтобы длина и ширина находились в золотом отношении. Если ширина сада составляет 10 метров, какой должна быть длина?

Исследование природы: найдите примеры золотого сечения или чисел Фибоначчи в природе, искусстве или архитектуре. Опишите, как они проявляются и почему могут быть эстетически привлекательными или эффективными.

Сложные задачи

1. Алгебра и золотое сечение. Докажите, что отношение $\varphi = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ удовлетворяет уравнению золотого сечения $\varphi^2 - \varphi + 1 = 0$.

2. Продвинутая последовательность Фибоначчи: покажите, что сумма квадратов первых n чисел Фибоначчи равна произведению n-го и (n+1)-го числа Фибоначчи. То есть, докажите, что $F^2(1) + F^2(2) + ... + F^2(n) = F(n) \cdot F(n+1)$.

Указание. Примените соотношение $F(n) \cdot F(n+1) - F(n) \cdot F(n-1) = F(n) \cdot (F(n+1) - F(n-1)) = F^2(n)$.

Выводы

Эти упражнения помогут ученикам понять и оценить золотое сечение и числа Фибоначчи, а также закрепить их математические навыки.

Литература

Быкова Е. А. (2010). *Числа Фибоначчи и золотое сечение в природе и искусстве*. Питер.

Данилов А. С. (1999). *Фракталы и хаос: Минуты из бесконечного рая*. Мир.

Капра Ф. (2002). *Связи: геометрический мост между искусством и наукой*. URSS.

Ковалёв В. Ф. (2012). *Фибоначчи и золото пропорций*. АСТ.

Кнорозов Ю. В. (2008). *Числа Фибоначчи и золотая пропорция: от математики к природе*. Наука.

Леонтьев С. Г. (2003). *Золотое сечение в математике и искусстве*. Лаборатория знаний.

Мишель Л. (2006). *Золотое сечение: история фи, самого удивительного числа в мире.* АСТ.

Погорелов А. В. (2001). *Геометрия и золотое сечение*. Просвещение.

Рыбников К. А. (2007). *Золотое сечение. Формула гармонии.* Вече.

Синельников Ю. В. (2011). *Симметрия и золотое сечение*. Физматлит.

Тюрин Ю. А. (2005). *Золотое сечение и числа Фибоначчи*. Наука.

Усенко Ю. И. (2004). Золотое сечение и число Фибоначи. *Современные наукоемкие технологии*, *2*, 162–163.

Хемэнуэй П. (2006). *Священная пропорция: фи в искусстве, природе и науке*. Рипол Классик.

Ionut Burtea. (2009). *Fibonacci Numbers and the Golden Section. Retrieved from Fibonacci Numbers and the Golden Section*

Hart G. W. (2001). The Geometric and Topological Analysis of Sculpture. *Leonardo*, *34*(3), 221–226.

Hemenway, P. (2005). *Divine proportion: Φ (phi) in art, nature, and science*. Sterling Publishing.

Huntley, H. E. (1970). *The divine proportion a study in mathematical beauty*. New York, N.Y. Dover Publications, Inc.

Stewart, I. (1996). *Nature's Numbers: the Unreal Reality of Mathematics*. Basic Books.

Vajda S. (1989). *Fibonacci & Lucas numbers, and the golden section: theory and application*. Dover Publications.