

e-ISSN: 1694-8742

№ 2 (5). 2024, 18-24

УДК: 372.851(091): 07.00.10

DOI: [https://doi.org/10.52754/16948742_2\(5\)_2-2024](https://doi.org/10.52754/16948742_2(5)_2-2024)

**ИНТЕГРАЦИЯ ИСТОРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА И ПРЕПОДАВАНИЯ
МАТЕМАТИКИ (НА ПРИМЕРЕ ТРУДОВ АЛЬ-БЕРУНИ)**

ТАРЫХЫЙ МАТЕРИАЛДАРДЫ МАТЕМАТИКАНЫ ОКУТУУГА ИНТЕГРАЦИЯЛОО
(АЛЬ-БЕРУНИНИН ЭМГЕКТЕРИНИН МИСАЛЫНДА)

INTEGRATION OF HISTORICAL MATERIAL INTO TEACHING MATHEMATICS
(BASED ON THE WORKS OF AL-BERUNI)

Комили Абдулхай Шарифзода

Комили Абдулхай Шарифзода

Komili Abdulhay Sharifzoda

*д-р физ.-мат. наук, профессор, Бохтарский государственный университет им. Н. Хусрава
физ.-мат. илимд. д-ру, профессор, Н. Хусрав атындагы Бохтар мамлекеттик университети
D-or of Phys-Math. Sciences, Professor, Bokhtar State University named after N. Khusraw*

akomili2006@mail.ru

ORCID: 0009-0001-0004-9109

ИНТЕГРАЦИЯ ИСТОРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА И ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ (НА ПРИМЕРЕ ТРУДОВ АЛЬ-БЕРУНИ)

Аннотация

Статья посвящена вопросам интеграции исторических сведений в процесс обучения математике. Следует отметить, что история математики и методика преподавания математики являются вспомогательными предметами для постижения самой математики. В данном исследовании раскрывается вклад одного из величайших математиков средневекового мусульманского Востока Абу-Райхана Беруни в развитие науки математики. Автор акцентирует внимание на вопросах теории чисел, теоретической и практической арифметики и алгебры, так преподавателям математики школ и вузов следует обратить внимание на историко-математический компонент в методике изучения, и применять его на практике при преподавании математики. Статья может быть полезной учителям математики, преподавателям физико-математического вуза педагогического профиля, историкам науки, востоковедам-иранистам.

Ключевые слова: методика математики, история математики, аль-Беруни, теория чисел.

Тарыхый материалдарды математиканы окутууга интеграциялоо (Аль-Берунинин эмгектеринин мисалында) *Integration of historical material into teaching mathematics (based on the works of al-Beruni)*

Аннотация

Макалa математиканы окутуу процессине тарыхый маалыматтарды интеграциялоо маселелерине арналган. Белгилей кетсек, математиканын тарыхы жана математиканы окутуунун методикасы математиканын өзүн түшүнүү үчүн көмөкчү предмет болуп саналат. Бул изилдөөдө орто кылымдагы мусулман Чыгышынын эн улуу математиктеринин бири Абу-р-Райхан Берунинин математика илиминин өнүгүшүнө кошкон салымы ачылат. Автор сандар теориясы, теориялык жана практикалык арифметика жана алгебра маселелерине басым жасагандыктан, мектептердин жана ЖОЖдордун математика мугалимдери окуу методикасында тарыхый-математикалык компонентке көңүл буруп, математиканы окутууда аны практикада колдонуулары зарыл. Макалa математика мугалимдерине, физика-математика педагогикалык ЖОЖдордун окутуучуларына, илим тарыхчыларына жана ирандык чыгыш таануучуларга пайдалуу болушу мүмкүн.

Ачкыч сөздөр: математиканын методдору, математиканын тарыхы, аль-Беруни, сандар теориясы.

Abstract

The article is devoted to the issues of integrating historical information into the process of teaching mathematics. It should be noted that the history of mathematics and the methodology of teaching mathematics are auxiliary subjects for understanding mathematics itself. This study reveals the contribution of one of the greatest mathematicians of the medieval Muslim East, Abu-Rayhan Beruni, to the development of the science of mathematics. The author focuses on the issues of number theory, theoretical and practical arithmetic and algebra, so teachers of mathematics in schools and universities should pay attention to the historical and mathematical component in the methodology of study and apply it in practice when teaching mathematics. The article can be useful for teachers of mathematics, teachers of the physics and mathematics university of the pedagogical profile, historians of science, orientologists-Iranians.

Keywords: methods of mathematics, history of mathematics, al-Beruni, number theory.

Введение

Одним из эффективных методов в процессе преподавания предмета математики является историко-математический подход её изучения. Еще древнегреческий мудрец Аристотель (384-322 гг. до н.э.) отмечал, что для понимания сути вещей, надо знать их историю. Как отмечает В. М. Варламова: «Аристотель пишет, что разыскание начал необходимо начать с обсуждения мнений мудрецов со следующей целью:

- подкрепить достоверность собственных утверждений либо найти что-то, что упущено в рассуждении;

- извлечь полезные доводы и познания о началах и избежать ошибок предшествующих философов;

- обратиться к мудрецам, которые уже встали на путь познания истины, чтобы научиться у них тому, что они уже усмотрели.

В целом Аристотель предлагает использовать идеи предшественников, как подспорье на пути к истине, как способ удостоверения собственных положений и как учебный материал для диалектического обсуждения» (Варламова, 2019, с. 7).

О роли истории науки в познании самой науки высказывался и великий немецкий математик Вильгельм Лейбниц: «Кто хочет ограничиться настоящим без знания прошлого, тот никогда его не поймет» («Wer sich ohne Wissen der Vergangenheit auf die Gegenwart beschränken will, wird es nie verstehen») (Комили, 2018, с. 8).

В исследованиях отмечается: «Одной из фундаментальных причин слабых образовательных результатов по математике обучающихся в любых национальных образовательных системах является низкий уровень мотивации к изучению предмета» (Бодряков, 2023). Для повышения мотивации учащихся школ к изучению школьных дисциплин авторы применяют лабораторные работы историко-географического содержания, которые имеют широкий спектр действия, создавая внутри- и межпредметные связи с предметами: география, физика, информатика, история. Многие математические методы имеют свою предысторию, например метод математической индукции - один из самых действенных методов доказательства, применялся в трудах античных мыслителей Прокла и Эвклида (Желдибекова, Байсалов, 2020).

Если рассмотреть математические труды средневековых мусульманских ученых, то можно заметить, что их роль и значение далеко не полностью изучены в истории науки, в частности в истории математики. Поэтому в данной статье мы исследуем проблему интеграции истории в процесс преподавания математики с учетом методики её изучения на примере математических трудов Абу Райхана Беруни. Естественнонаучному и математическому наследию ученого посвящали свое внимание исследователи разных народов (Komili (Komilov), 2014), (Розенфельд, 1973), (Рожанская, 2002), (Останов, Бекназарова, Адилова, 2019), (Садыков, 1953).

Обсуждение результатов исследования

Средневековый персидско-таджикский ученый-энциклопедист Абу-Райхан Мухаммад ибн Ахмад аль-Беруни аль-Коси аль-Хорезми (08.09.973 – 17.12.1048) оставил более 150 трудов в разнообразных областях науки своего времени: истории, географии, языкознании, астрономии, физике, минералогии, занимающих особое место в золотой сокровищнице мировой науки и культуры. Значительное количество его исследований посвящено математике (Абу-Райхан Ал-Беруни, 1963).

Почти все труды Абу-Райхана Беруни были написаны на языке науки мусульманского

средневековья – арабском, два из них - на персидском дари (таджикском) языке. Труды «Китāб-ут-тафхим ли авāили синāати-т-танджим» (Абурайхони Беруни, 1973) или («Книга вразумления начаткам науки о звёздах» (Абу Райхан Беруни, 1975), «Рисāла дар маърифати Āфтāб ва кура» («Трактат об определении Солнца и сферы») посвящены математике и астрономии.

Абу-Райхан Беруни был подлинным энциклопедистом, в сферу его научных интересов входили почти все направления науки того времени. Наряду с вопросами истории, этнографии, языкознания, астрономии, географии, физики, минералогии, ученый также занимался вопросами теоретической и практической арифметики, проблемами суммирования рядов и комбинаторики. В своем энциклопедическом труде «Китāб-ут-тафхим ли авāили синāати-т-танджим» Абу-Райхан Беруни, занимаясь вопросами теории чисел, определяет названия всех чисел, существующих в то время (Абурайхони Беруни, 1973, с. 40-52). В его толковании арифметические числа определены следующим образом (табл.):

Таблица - Толкования арифметических чисел Абу-Райханом Беруни

Названия арифметических чисел	Вид чисел
четные	$M = 2k; (k = 1, 2, 3, \dots)$
нечетные	$M = 2k + 1; (k = 1, 2, 3, \dots)$
четно-четные	$M = 2k; (k > 2)$
четно-нечетные	$M = 2(2k + 1); (k = 1, 2, 3)$

В известном труде «Памятник минувших поколений» Абу-Райхан Беруни рассматривает «задачу о шахматной доске», которая связана с древнеиндийской легендой: требуется найти общее число зерен пшеницы, если на первое поле доски поместить одно зерно, на второе 2, на третье 4 и т.д., удваивая число зерен на каждом следующем поле (Komili (Komilov), 2014). Отыскивая сумму членов геометрической прогрессии в «Хронологии», Беруни вычислил сумму 64 членов прогрессии:

$$1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63},$$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$$

приводит конечный результат 18 446 744 073 709 551 615 и затем разъясняет это решение.

К решению квадратных уравнений Беруни обращается в трактате «Хорды» и III книге «Канона Мас’уда». К квадратным уравнениям он приводит вычисление хорд $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{10}$ круга, т. е. сторон a_5 и a_{10} правильных вписанных многоугольников: пятиугольника и десятиугольника. Для нахождения a_{10} Беруни получает уравнение:

$$r^2 + \left(\frac{r^2}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{r}{2}\right)^2 \leftrightarrow r^2 = x^2 + rx,$$

решение которого он находит в виде $x = \frac{r}{2} \cdot (\sqrt{5} - 1)$,

a_5 находит по a_{10} из пропорции $\frac{x-r^2}{a_{10}} = \frac{a_{10}}{x}$, также сводящейся к квадратному уравнению (Розенфельд и авт., с. 44–45).

В X книге «Канона Мас’уда» Беруни сводит задачу об определении точки стояния в прямом и попятном движениях планет и ее расстояния от низшей точки эпицикла планеты к квадратному уравнению вида:

$$x^2 + bx + a = 0.$$

В современных обозначениях ее решение имеет вид:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a} - \frac{b}{2} \quad (\text{Розенфельд и авт., с. 45})$$

В IX–XI разделах «Гномоники» и в III книге «Канона Мас’уда» Беруни приводит правила, формулирующие соотношения между тригонометрическими функциями, равносильные формулам (Абу Райхан Беруни, 1975, с. 60):

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1;$$

$$\sec^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1;$$

$$\frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha$$

Беруни с точностью до 7-го значения после запятой вычислил значение числа π

$$\frac{22}{7} = 3,1428571$$

$$3^{\circ} 8' 30'' 17''' 17'''' = 3,1417466 \text{ (Комили, 2008, с. 14).}$$

Среди ученых исламского мира Абу-Райхан Беруни был первым, кто измерил радиус Земли. Его метод измерения П. Можаяев объясняет таким образом: “Наблюдающий человек находится на вершине горы (в точке А). Высота горы от земной поверхности до наивысшей точки (АЕ) обозначается h ” (Можаяев).

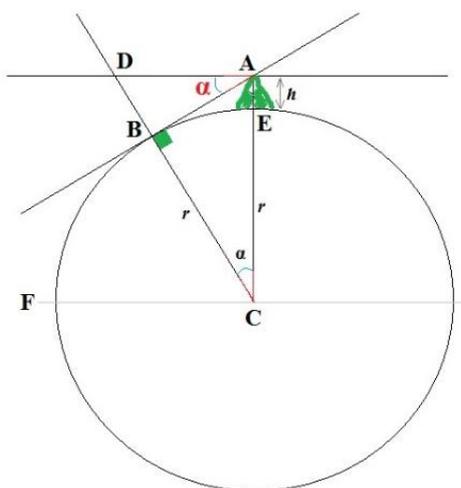


Рис. Измерение радиуса Земли (Можаяев)

Используя астролáбию: (позднелат. *astrolabium*, от греч. ἄστρον – звезда и λαβή – схватывание), угломерный прибор, служивший до XVIII века для определения широт и долгот в астрономии (Большая российская энциклопедия), наблюдатель измеряет $\angle DAB$ (это угол между горизонтальной линией AD и самой дальней видимой точкой земной поверхности AB).

$\angle BCA$ - угол между двумя радиусами Земли.

$$\angle DAB = \angle BCA = \alpha$$

$$\angle BCA = 90 - \angle FCD, \angle FCD = \angle BDA \text{ (так как } \angle FCA \text{ и } \angle DAC \text{ прямые).}$$

$\angle BDA = 90 - \alpha$, так как сумма углов треугольника равна 180 градусам. Следовательно, $\angle DBA$ также прямым углом, получаем уравнение: $\angle BCA = 90 - \angle FCD$.

$$\angle BCA = 90 - \angle BDA \leftrightarrow \angle BCA = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$$

Отрезок $CA = CE + AE$, где $CE = r$ (радиус Земли), $AE = h$ (высота точки наблюдения).

По определению косинуса угла прямоугольного треугольника, имеем: $\cos \alpha = \frac{CB}{CA}$, т.е. $\cos \alpha = r / (r + h)$.

Так как при равенстве углов равны и их косинусы, после измерения угла $\angle DAB$ определяется косинус угла $\angle BCA$.

Отсюда найдем, что $r = (r + h) \cdot \cos \alpha$. После преобразований, получим:

$$1 - \cos \alpha = h \cdot \cos \alpha / r$$

В итоге получается формула, с помощью которой можно измерить радиус Земли:

$$r = \frac{h \cdot \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

Измерения радиуса Земли, выполненные Беруни, отличаются от научных результатов нашего времени примерно на 30 км, что считается очень высокой точностью для математики средневековья.

Исследователи отмечают возможность реализации историко-математического компонента в преподавании математики при максимальном разнообразии форм и средств для развития личности: «индивидуализация и дифференциация обучения; свобода выбора учащимся дополнительных образовательных услуг, наставничество» (Келдибекова, 2016а). Результативность занятия определяется вниманием не только к конечному результату, но и к процессу выполнения заданий, осмыслением, что понравилось (не понравилось) и почему (Келдибекова, 2016б).

Выводы

О трудах Абу-Райхана Беруни опубликовано множество исследований на различных языках. Труды великого ученого демонстрируют его необыкновенно многогранную научную деятельность, принесшую автору славу подлинного энциклопедиста и одного из самых выдающихся мыслителей восточного средневековья, сыгравшего огромную роль в изучении и распространении науки и культуры в период мусульманского и индийского средневековья. Его труды в области естественно-научного знания: математики, физики, геометрии, тригонометрии, астрономии оказали большое влияние на творчество будущих ученых Востока и Запада.

Ряд своих работ Абу-Райхан Бируни посвятил математике, в которых он исследовал теоремы древнегреческого учёного Архимеда, соотношение пропорций и тригонометрические теоремы. В частности, немало внимания он уделял вопросам проецирования сферы на плоскость, благодаря чему описал новый способ цилиндрической проекции. Абу-Райхан Бируни применял свои знания по математике при проведении астрономических опытов: смог точно определить радиус Земли, открыл связь между Солнцем и звездами. Внёс предположение, что Солнце является звездой, в то время как планеты в его представлении – тёмные тела, а звезды имеют огненную природу.

Научные взгляды, философские идеи, физико-математическое наследие великого Абу-Райхана Беруни продолжают волновать умы человечества тем, что некоторые полученные им результаты и описанные факты до сих пор не теряют свои ценности, хотя области его деятельности до сих пор не изучены должным образом. Учителям средних школ и преподавателям физико-математического вуза педагогического профиля, на наш взгляд, следует обратить внимание на его методике изучения, и применять это на практике при преподавании математики.

Литература

- Абу-р-Райхан Ал-Беруни (1963). Книга об индийских рашиках / Пер. и примеч. Б. А. Розенфельда. Из истории науки и техники в странах Востока, вып. III. Москва: Восточная литература, 148–167.
- Абурайхони Беруни (1973). Китоб-ут-тафхим ли авоиلى саноат-ит-танджим. Душанбе: Дониш, 287 (на тадж. яз.)
- Абу Райхан Беруни. Книга вразумления начатками науки о звездах / Пер. с араб. Б. А. Розенфельд, А. Ахмедов. Избранные произведения. Т.6. Ташкент: Фан, (328).
- Астролябия. Научно-образовательный портал «Большая российская энциклопедия» [Электронный ресурс]. URL:

<https://bigenc.ru/c/astroliabiiia-b5ac34>

- Бодряков, В. Ю. (2023) Формирование межпредметной функциональной математической грамотности обучающихся при выполнении лабораторных работ по математике с историко-географическим контекстом. *Вестник Ошского государственного университета. Педагогика. Психология*, 2(3), 68-76. DOI 10.52754/16948742_2(3)_9-2023.
- Варламова М. Н. (2019) Аристотель историк философии? История как метод наведения на первые начала. *История философии*. 24(1), 5–17.
- Келдибекова А. О. (2016а) Проблема развития математической одаренности детей в системе основных образовательных структур. *Вестник Ошского государственного университета*, 3-4, 96-101.
- Келдибекова А. О. (2016b) Применение интерактивных методов обучения на уроках истории. *Вестник Ошского государственного университета*, 3–4, 196–200.
- Келдибекова, А. О., Байсалов Д. У. (2020) Метод математической индукции в олимпиадных задачах по математике. *Вестник Ошского государственного университета*, 1-4. 120-125.
- Комили А.Ш. (2008) Тайны число π . Душанбе: Нодир (на тадж. яз.).
- Komili (Komilov) A.Sh. (2014) Indian Mathematics of Abu Rayhan Berini. Beruni International Conference The 965th Death Anniversary of the Great Scholar of Iran and World Abu Rayhan Beruni. Dhaka, 14-16.
- Комили А.Ш. (2018) Ключ арифметики (Мифтоху-р-риёзиёт). Душанбе: Эр-граф, (88). (на тадж. яз.).
- Можаев П. Немного геометрии от Аль-Бируни. [Электронный ресурс]. URL: <https://mevamevo.livejournal.com/525161.html>
- Останов К., Бекназарова Д. А., Адилова С. Р. (2019) Использование сведений о жизни и математическом наследии Беруни на уроках математики. *Наука, образование и культура*, 4 (38).
- Рожанская М. М. (2002) О реконструкции полного текста трактата ал-Бируни об удельных весах. *Историко-математические исследования*, 7 (42). Москва: Янус-К, (378).
- Розенфельд Б. А., Рожанская М. М., Соколовская З. К. (1973) *Абу-р-Райхан ал-Бируни*. Москва: Наука, (272).
- Садыков Х.У. (1953) *Бируни и его работы по астрономии и математической географии*. Москва: Технико-теоретическое издательство, (152).