ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИНИН ЖАРЧЫСЫ. ПЕДАГОГИКА. ПСИХОЛОГИЯ

ВЕСТНИК ОШСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА. ПЕДАГОГИКА. ПСИХОЛОГИЯ

JOURNAL OF OSH STATE UNIVERSITY. PEDAGOGY. PSYCHOLOGY

e-ISSN: 1694-8742
№2(3). 2023, 68-76

ОКУТУУНУН ЖАНА ТАРБИЯЛООНУН ТЕОРИЯСЫ ЖАНА МЕТОДИКАСЫ
Теория и методика обучения и воспитания
Theory and methodology of education and upbringing

УДК: 517.93; 378.147
DOI: https://doi.org/10.52754/16948742_2(3)_9-2023

ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСТОРИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИМ КОНТЕКСТОМ

ТАРЫХЫЙ-ГЕОГРАФИЯЛЫК КОНТЕКСТ МЕНЕН МАТЕМАТИКА БОЮНЧА ЛАБОРАТОРИЯЛЫК ИШТЕРДИ АТКАРУУДА ОКУУЧУЛАРДЫН ПРЕДМЕТТЕР АРАЛЫК ФУНКЦИОНАЛДЫК МАТЕМАТИКАЛЫК САБАТТУУЛУГУН КАЛЫПТАНДЫРУУ

ESTABLISHING STUDENTS' INTER-SPECIFIC FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY IN PERFORMING LABORATORY WORKS ON MATHEMATICS WITH HISTORICAL-GEOGRAPHICAL CONTEXT

Бодряков Владимир Юрьевич
Бодряков Владимир Юрьевич
Bodryakov Vladimir Yurievich

д-р физ.-мат. наук, профессор, Уральский государственный педагогический университет
физ.-мат. илимд. д-ру, профессор, Урал мамлекеттик педагогикалык университети
D-r of Ph.-Math. Science, Professor, Ural State Pedagogical University
bodryakov_VYu@e1.ru
ORCID: 0000-0001-9839-0702

ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСТОРИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИМ КОНТЕКСТОМ

Аннотация

Реализуемые под руководством автора в течение ряда лет в Уральском государственном педагогическом университете при подготовке будущих учителей математики и информатики лабораторные работы по математике (ЛРМ) являются действенным дидактическим средством для формирования межпредметной функциональной математической грамотности. В качестве примера обсуждается одна из таких ЛРМ с историко-географическим контекстом – ЛРМ «Определение геометрических характеристик участка земной поверхности с помощью мобильной геолокации» (три памятника).

Ключевые слова: лабораторные работы по математике, математическое образование, межпредметные связи математики, подготовка будущих учителей, функциональная математическая грамотность.

Тарыхый-географиялык контекст менен математика боюнча лабораториялык иштерди аткарууда студенттердин пренд аралык функциялык математикалык сабаттуулугун калыптыруу

Аннотация

Урал мамлекеттик педагогикалык университетинде болочок математика жана информатика мугалимдерин даярдоодо бир нече жылдар бою автордун жетекчилиги астында ишке ашырылган математика боюнча лабораториялык иштер (МЛИ) предметтер аралык функционалдык математикалык сабаттуулукту калыптандыруу үчүн таасирдүү дидактикалык каражат болуп саналат. Мисал катары, мындай тарыхый-географиялык контекст менен МЛИнин бири талкууланат – МЛИ "Мобилдик геолокация аркылуу жер бетинин бөлүгүнүн геометриялык мүнөздөмөлөрүн аныктоо" (үч эстелик).

Ачкыч сөздөр: математика боюнча лабораториялык иштер, математикалык билим берүү, математиканын предметтер аралык байланыштары, болочок мугалимдерди даярдоо, функционалдык математикалык сабаттуулук.

Establishing students' inter-specific functional mathematical literacy in performing laboratory works on mathematics with historical-geographical context

Abstract

The laboratory work on mathematics, which has been carried out for several years in the Ural State Pedagogical University under the guidance of the author in training future teachers of mathematics and computer science, is an effective didactic tool for forming interdisciplinary functional mathematical literacy. One of these LRMs, which includes a historical-geographical context, is discussed in detail - LRM "Determining the geometrical characteristics of the Earth's surface using mobile geolocation" (three monuments).

Keywords: laboratory activities in mathematics, mathematics education, interdisciplinary relations of mathematics, training of future teachers, functional mathematical literacy.

Введение

Одной из целей устойчивого развития (ЦУР) человечества является следующая: *4.* Обеспечение всеохватного и справедливого качественного образования и поощрение возможности обучения на протяжении всей жизни для всех (Цели в области устойчивого развития). Формирование функционально грамотного гражданина современного высокотехнологичного цифрового общества вполне соответствует четвертой ЦУР и является одной из главных целей любой национальной системы образования.

Между тем, как можно видеть, например, по результатам российского ЕГЭ, и хорошо знает любой практикующий педагог высшей школы, уровень математической подготовки выпускников школ неуклонно снижается. На это прямо указывает (Концепция развития математического образования в РФ, об этом неоднократно писал с соавторами и автор этих строк (Аксенова & Бодряков, 2016), (Бодряков, 2013), (Бодряков & Воронина, 2018). Одной из фундаментальных причин слабых образовательных результатов по математике обучающихся в любых национальных образовательных системах является низкий уровень мотивации к изучению предмета: «Низкая учебная мотивация школьников и студентов связана с общественной недооценкой значимости математического образования, перегруженностью образовательных программ общего образования, профессионального образования, а также оценочных и методических материалов техническими элементами и устаревшим содержанием» (Концепция развития математического образования в Российской Федерации). Говоря проще, школьники не понимают, а их учитель математики не может убедительно объяснить, для удовлетворения каких будущих жизненных потребностей обучающимся следует решать мучительно трудные для многих тригонометрические, показательные и логарифмические равенства и неравенства, задачи с параметром, доказывать геометрические теоремы. Ссылки на то, что данные разделы надо изучать по программе или что они пригодятся на Государственной итоговой аттестации (ГИА) оказываются малодейственными. Для российских школьников, пожалуй, именно геометрия оказывается наиболее трудным разделом математики.

Обсуждение и результаты исследования

С точки зрения автора настоящей статьи, учителю математики (как и любому педагогу) следует начинать с убедительного, прежде всего для себя самого, ответа на главный дидактический вопрос: зачем учить? Для этого следует предъявить обучающимся реальный, желательно чувственно воспринимаемый и значимый для обучающихся, объект, явление, процесс, для описания которых может быть построена такая-то математическая модель. Для «решения» которой, в свою очередь, необходим такой-то математический аппарат. И тогда освоение этого математического аппарата и соответствующей математической модели в глазах школьника приобретет конкретный смысл. Собственно, это и называется функциональной математической грамотностью.

Согласно определению общепризнанного международного сопоставительного исследования PISA: «функциональная «математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» (OECD, 2019). Кроме этого, в концепцию PISA по математике были добавлены восемь навыков 21 века: критическое мышление; креативность; исследование и изучение; саморегуляция, инициативность и настойчивость; использование информации; системное мышление; коммуникация; рефлексия.

Автор считает, что функциональную математическую грамотность (ФМГ) следует рассматривать как неотъемлемый ключевой компонент общей функциональной грамотности современного ответственного гражданина, причем в тесной межпредметной связи с другими предметными грамотностями из естественнонаучного и гуманитарного циклов знания.

Реализуемые в течение ряда лет в Уральском государственном педагогическом университете при подготовке будущих учителей математики и информатики лабораторные работы по математике (ЛРМ) с точки зрения автора, подкрепленной опытом многолетних педагогических наблюдений (Аксенова & Бодряков, 2018), (Аксенова & Бодряков, 2022), (Алексеевский, 2018), (Бодряков, 2023a), (Бодряков, 2023b), (Бодряков & Быков, 2022), (Бодряков & Мальцев, 2021), (Закирова и др., 2022), являются действенным дидактическим средством для формирования межпредметной функциональной математической грамотности. В качестве примера обсуждается одна из таких ЛРМ с историко-географическим контекстом – ЛРМ «Определение геометрических характеристик участка земной поверхности с помощью мобильной геолокации» (три памятника). Содержание ЛРМ изложим в форме, приближенной к Отчету по ЛРМ; шаблон Отчета по ЛРМ приведен в работе (Бодряков & Быков, 2022). Предпочтительна работа в парных лабораторных бригадах.

Тема: ЛРМ «Определение геометрических характеристик участка земной поверхности с помощью мобильной геолокации» (три памятника).

Цель: освоить математическую модель участка земной поверхности в виде геометрического чертежа на евклидовой плоскости; в рамках модели научиться определять геометрические характеристики участка земной поверхности.

Задачи: 1) Изучить учебную литературу по проблеме измерений на поверхности Земли; по евклидовой геометрии как математической модели небольших участков Земли; (2) изучить методы определения географических координат на поверхности Земли; (3) с помощью любого подходящего цифрового устройства определить угловые географические координаты реперной точки O и трех точек-памятников (A, B, C); (4) провести верификацию математической модели, оценить погрешности, сделать выводы.

Оборудование и материалы: мобильный телефон с приложением, обеспечивающем мобильную геолокацию, ПК со стандартным ПО.

Теория. Исследуемой в ЛРМ математической моделью участка земли, образованного тремя вершинами-памятниками, является треугольник на евклидовой плоскости. Возможная реализация аналогичной лабораторной работы в школе описана в (Бодряков & Мальцев, 2021). Содержательно ЛРМ заключается в определении географических координат четырех точек на Земле с помощью какого-либо мобильного приложения, установленного на мобильный телефон. Одна точка – точка отсчета O; три точки (A, B, C) – рабочие и соответствуют трем памятникам или иным приметным местам в данной местности. Таким образом, будет определено четыре пары географических угловых координат, по широте (φ) и по долготе (λ): $O(\varphi_O, \lambda_O)$; $A(\varphi_A, \lambda_A)$; $B(\varphi_B, \lambda_B)$; $C(\varphi_C, \lambda_C)$. Затем могут быть определены относительные географические координаты рабочих точек A, B, C:

$$A'(\varphi'_A = \varphi_A - \varphi_O,\ \lambda'_A = \lambda_A - \lambda_O);$$

$$B'(\varphi'_B = \varphi_B - \varphi_O,\ \lambda'_B = \lambda_B - \lambda_O);$$

$$C'(\varphi'_C = \varphi_C - \varphi_O,\ \lambda'_C = \lambda_C - \lambda_O).$$

Далее, зная метрическую цену одной угловой секунды по широте (в направлении Юг – Север) и по долготе (в направлении Запад – Восток), могут быть определены метрические координаты рабочих точек $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$. Если выбрать небольшой участок земной поверхности, то можно применять не сферическую, а евклидову геометрию.

Определение метрических координат множества точек $\{A, B, C\}$ позволяет построить план местности и при необходимости наложить его на карту местности; координатные оси – по сторонам света (Oy = Юг – Север; Ox = Запад – Восток).

Имея географические координаты точек $\{A, B, C\}$ могут быть определены геометрические характеристики треугольного участка земли ΔABC. А именно, длины сторон треугольника (a, b, c), периметр P, площадь S, углы при вершинах треугольника, и др.

Выбор конкретных формул для вычисления остается на усмотрение педагога и/или обучающегося. Так, для вычисления длин сторон треугольника на местности уместно использовать обычные формулы для евклидова расстояния на декартовой плоскости, например,

$$|AB| = c = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2},$$

и т.д. Периметр $P = a + b + c$. Зная стороны, площадь треугольника может быть найдена по формуле Герона. Более подготовленные обучающиеся могут воспользоваться формулой, известной из аналитической геометрии на плоскости:

$$S = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_A & y_A \\ 1 & x_B & y_B \\ 1 & x_C & y_C \end{vmatrix};$$

знак перед определителем выбирается так, чтобы выполнялось неравенство $S > 0$, и т.д.

Углы $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ при вершинах A, B, C, соответственно, могут быть найдены из соответствующих скалярных произведений векторов, например, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = |\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}| \cos \angle A$. Или с помощью теоремы синусов.

2° Ход работы. В конкретной реализации данной ЛРМ в качестве точки отсчета O возьмем входную группу одного из учебных корпусов УрГПУ – здание Технопарка универсальных педагогических компетенций (Екатеринбург, ул. К. Либкнехта-9а). В качестве точек A, B, C, выбраны близкорасположенные к т. O известные в Екатеринбурге памятники: В. Высоцкому и М. Влади (т. A), Я. Свердлову (т. B), В. Татищеву и В. Де Геннину (т. C). Угловые географические координаты точек O, A, B, C приведены в табл. 1; там же приведены вычисленные метрические координаты точек A, B, C. Принято, что длина дуги в $1''$ по меридиану $\ell_1(\Delta\varphi=1'') = 30{,}9$ м; длина дуги в $1''$ по параллели на широте Екатеринбурга $\ell_1(\Delta\lambda=1'') = 16{,}9$ м.

Треугольный участок ΔABC с привязкой координатных осей к сторонам света (геометрический план участка ΔABC) представлен на рис. 1 на клетчатом поле, имитирующем тетрадную страницу.

Таблица 1. Географические и метрические координаты точек O, A, B, C

Точки	*φ, с.ш.*	*λ, в.д.*		*Δφ*	*Δ λ*	*x, м*	*y, м*
O	56°50′16″	60°36′40″	–	–	–	–	–
A	56°50′13″	60°36′56″	*A vs. O*	–3″	+16″	270,4	–92,7
B	56°50′23″	60°36′59″	*B vs. O*	+7″	+19″	321,1	216,3
C	56°50′17″	60°36′21″	*B vs. O*	+1″	–19″	–321,1	30,9

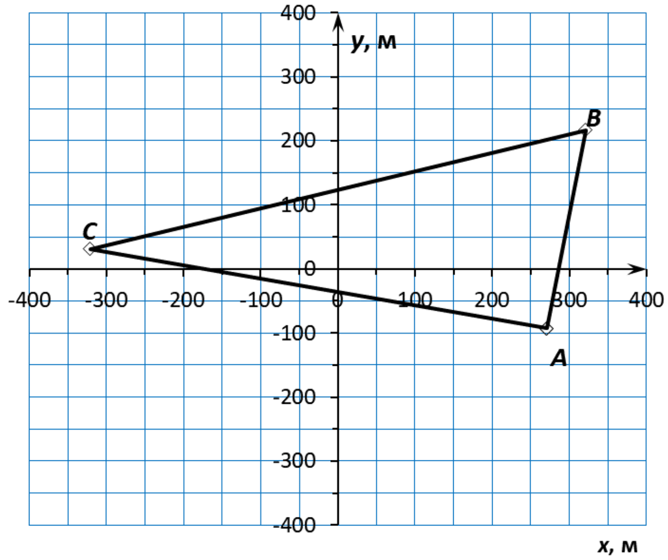

Рис. 1. Геометрический план участка ΔABC

3° Результаты и обсуждение. По обычной формуле евклидова расстояния найдено, что длины сторон $|AB|$ = 313,1 м; $|BC|$ = 668,4 м; $|CA|$ = 604,3 м;
периметр $P = |AB| + |BC| + |CA|$ = 1585,8 м.

Для контроля были определены соответствующие расстояния на поверхности Земли с помощью специализированного приложения (Расстояние по поверхности Земли и расстояние сквозь Землю, 2023); найдено, что $|AB|$ = 313 м; $|BC|$ = 668 м; $|CA|$ = 604 м. Иными словами на выбранном сравнительно небольшом участке земной поверхности кривизна Земли никак не сказывается, и вполне можно пользоваться обычной евклидовой геометрией на плоскости.

Площадь земельного участка была вычислена по формуле Герона: $S_{\Delta ABC}$ = 94520,0 м^2. Как можно удостовериться, тот же результат дает расчет с определителем

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 270{,}4 & -92{,}7 \\ 1 & 321{,}1 & 216{,}3 \\ 1 & -321{,}1 & 30{,}9 \end{vmatrix}.$$

Углы при вершинах треугольника были найдены с помощью теоремы синусов. Например, $\sin(\angle A) = \frac{2S_{\Delta ABC}}{|AB||CA|}$ = 0,999, откуда $\angle A$ = 87,5°. Аналогично находим $\angle B$ = 64,6°; $\angle C$ = 27,9°. Легко удостовериться, что $\angle A + \angle B + \angle C$ = 180°, как и следует. Проверочный расчет углов $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ с помощью скалярного произведения векторов дал такие же результаты.

В зависимости от дидактических целей учителя и уровня математической подготовки и мотивации обучающихся, можно провести дополнительную проверку правильности вычисления площади, найдя, например, высоту треугольника, опущенную из вершины A на основание BC. Эта высота равна расстоянию от точки A до прямой l = (BC). Коэффициенты канонического уравнения прямой, проходящей через точки B(321,1; 216,3) и C(-321,1; 30,9), т.е. прямой (BC): $\alpha\, x + \beta\, y + \gamma = 0$, найдем из системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 321{,}1\alpha + 216{,}3\beta + \gamma = 0; \\ -321{,}1\alpha + 30{,}9\beta + \gamma = 0, \end{cases}$$

откуда $\alpha = -0{,}289\beta$; $\gamma = -123{,}6\beta$, так что

$$(BC)\colon -0{,}289\, x + y - 123{,}6 = 0.$$

Как известно из аналитической геометрии на плоскости,

$$\rho(A, (BC)) = \frac{|\alpha x_A + \beta y_A + \gamma|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = 282{,}9 \text{ м}.$$

Тогда $S_{\Delta ABC} = 0{,}5\cdot|BC|\cdot\rho(A,\ l) = 94532{,}6$ м^2, – расхождение с расчетом площади по формуле Герона составило пренебрежимо малую величину порядка 0,013%.

Основные геометрические характеристики участка земной поверхности в форме треугольника ΔABC определены; расчеты проверены. В качестве погрешности измерений географических координат можно принять 1″ как по широте, так и по долготе, что дает метрические ошибки в 30,9 м по ординате и 16,9 м по абсциссе.

4° Выводы. Задачи работы решены, цель достигнута. Установлено, что для изученного сравнительно небольшого треугольного участка земной поверхности с вершинами-памятниками вполне подходящей является геометрическая модель в форме треугольника ΔABC на евклидовой плоскости. Определены длины сторон этого треугольника, его периметр P = 1585,8 м и площадь $S_{\Delta ABC}$ = 94520,0 м^2. Определены углы при вершинах треугольника; установлено, что теорема о сумме углов треугольника выполняется с высокой точностью.

Комментарии

1°. Представленная лабораторная работа по математике позволяет задействовать широкий спектр внутри (алгебра, аналитическая и векторная геометрия) и межпредметных связей с дисциплинами естественнонаучного (география, физика, информатика) и гуманитарного циклов (история). Дидактический потенциал ЛРМ в разрезе формирования межпредметной функциональной математической грамотности обучающихся очевиден.

2°. Дидактический потенциал ЛРМ в историческом разрезе может быть реализован в рассказах наставника об истории создания памятников, координаты которых были определены, биографических сведениях об их героях, в описании особенностей тех исторических периодов, когда жили и работали герои памятников. Так, Василий Татищев и Вильгельм де Геннин (памятник в т. C) руководили начальным этапом строительства Екатеринбурга (эпоха преобразований Петра I); Яков Свердлов (памятник в т. B) был одним из руководителей-большевиков молодой Советской республики (период индустриализации и коллективизации); за историей романтических отношений Владимира Высоцкого и Марины Влади (памятник в т. A) следил весь Советский Союз (период развитого социализма в истории СССР, высокий уровень достижений в науке и культуре). Технопарк универсальных педагогических компетенций (реперная т. *O*) отражает курс на цифровизацию всех сторон жизненного уклада современного общества, включая институты образования.

3°. Представленную ЛРМ рекомендуется проводить в качестве внеаудиторного учебного или внеучебного занятия совместно с учителем географии и/или истории. ЛРМ имеет очевидный краеведческий контекст и способствует естественному формированию чувства гражданского патриотизма и любви к своей малой родине. ЛРМ универсальна и толерантна и, по сути, может быть реализована в любом обитаемом месте Земли.

4°. С географическими координатами на поверхности Земли российские школьники знакомятся при изучении «Географии» в 5 классе (Алексеев и др., 2023). При этом математическая подготовка обучающихся не позволяет полноценно усвоить данную тему. Это делает актуальным повторное выполнение описанной ЛРМ, возможно, на других объектах; тогда, когда математическая подготовка школьников достигнет необходимого уровня, – скажем, к концу основной общей школы. Именно для этого возрастного периода обучающихся проводится международное сопоставительное исследование PISA.

5°. Учет возрастных особенностей и уровня математической подготовленности обучающихся осуществляется педагогом путем варьирования глубины проработки теоретического материала и степени самостоятельности при выполнении ЛРМ.

6°. Описанная ЛРМ и др. аналоги могут быть хорошей основой для организации учебно-исследовательской и проектной деятельности обучающихся на разных уровнях образования.

Заключение

Несомненно, что лабораторные работы по математике с историко-географическим контекстом, подобные представленной здесь, способствуют формированию межпредметной функциональной математической грамотности обучающихся, ибо мотивируют их мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Например, при измерении расстояний, площадей, углов на поверхности Земли.

ЛРМ помогают понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать грамотные решения. В процессе совместного творческого выполнения ЛРМ успешно формируют и личностные навыки 21 века: критическое мышление; креативность; исследование и изучение; саморегуляция, инициативность и настойчивость; использование информации; системное мышление; коммуникация; рефлексия. Все это обеспечивает продвижение к достижению четвертой (образовательной) цели устойчивого развития земной цивилизации.

Литература

Аксенова, О. В., Бодряков, В. Ю. (2016). Проблемы качества математической подготовки будущих учителей информатики в контексте фундаментализации современного образования. *Педагогическое образование в России*, *7*, 125–130.

Аксенова, О. В., Бодряков, В. Ю. (2018). Натурный эксперимент с применением средств информационно-коммуникационных технологий и мобильных устройств как инструмент формирования исследовательских умений студентов. *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования*, *5*(15), 363–372.

Аксенова, О. В., Бодряков, В. Ю. (2022). Принципы и этапы формирования исследовательских умений студентов при выполнении лабораторных работ по математике. *Педагогическое образование в России*, *4*, 57–67.

Алексеев, А.И., Николина, В.В., Липкина, Е.К. и др. (2023). *География: 5–6 классы: учебник*. Просвещение, 191.

Алексеевский, П. И., Аксенова, О. В., Бодряков, В. Ю. (2018). Робототехническая реализация модельной практико-ориентированной задачи об оптимальной беспилотной транспортировке грузов. *Информатика и образование*, *8 (297)*, 51–60.

Бодряков, В. Ю. (2013). Об одной насущной проблеме математического педагогического образования учителей. *Математика в школе*, *7*, 32–40.

Бодряков, В.Ю. (2023a). Цифровые лабораторные работы по математике как воплощение когнитивно-деятельностного подхода к обучению будущих учителей. *Вестник Ошского государственного университета. Педагогика. Психология.*, 1(2), 42-53. EDN: BKDFCN.

Бодряков, В.Ю. (2023b). Усвоение фундаментальных математических понятий в процессе выполнения лабораторных работ по математике. *Математика в школе*, *7*.

Бодряков, В. Ю., Быков, А. А. (2022). Цифровые лабораторные работы по математике как современный инструмент формирования обучающегося-исследователя. *Педагогическое образование в России*, *3*, 148–159.

Бодряков, В. Ю., Воронина, Л. В. (2018). Проблемы качества математического образования в педагогическом вузе и пути их решения. *Педагогическое образование в России*, *2*, 15–27.

Бодряков, В. Ю., Мальцев, И. В. (2021). Формирование функциональной математической грамотности у обучающихся сельской школы при выполнении лабораторной работы по определению геометрических характеристик участка земной поверхности. *Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий*, *6*, 209–216.

Закирова, А.В., Ладэ, Э.О., Леконцева, В.А., Бодряков, В.Ю. (2022). Лабораторные работы по математике как инструмент формирования экспериментального мышления обучающихся. *Математика в школе*, *6*, 51–58.

Цели в области устойчивого развития [Электронный ресурс]. URL: https://www.un.org/sustainabledevelopment/ru/sustainable-development-goals/

Концепция развития математического образования в Российской Федерации. *Распоряжение Правительства РФ* от 24.12.2013 №2506-р.].

OECD (2019). *PISA*. Oecd.org. [Электронный ресурс]. URL: https://www.oecd.org/pisa/ (Дата обращения: 16.12.2023).

Расстояние по поверхности Земли и расстояние сквозь Землю (2023). *Онлайн калькулятор* (n.d.). Planetcalc.ru. Retrieved November 23, 2023. [Электронный ресурс]. URL: https://planetcalc.ru/7729/ (Дата обращения: 16.12.2023).