УДК 517
https://doi.org/10.52754/16948645_2023_1_172

О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Отелбаев М.
otelbaevm@mail.ru.
Международный университет информационных технологий,
Институтматематики и математического моделирования,
Кошанов Б.Д.
koshanov@list.ru
Казахский национальный университет имени Аль-Фараби,
Международный университет информационных технологий,
Алматы, Казахстан
Кожобекова П.Ж.
Ошский Государственный университет, Ош, Кыргызстан

Аннотация. *В работах [1]-[5] мы рассматриваем возможность использования лазерного источника тепла для создания в заданных участках тела необходимого теплового поля. Такая необходимость возникает в связи с тем, что раковые клетки при температуре приблизительно равном 460 по С умирают, а большинство обычных клеток остаются живыми.*

Ключевые слова: *уравнение теплопроводности, электромагнитные поля, лазерный источник тепла*

Известно, что тепловое поле удовлетворяет параболическому уравнению, для которого выполняется принцип максимума – согласно которому максимум и минимум достигаются на границе. Этот принцип, который хорошо служит при решении математических проблем, порождает очень трудную проблему при попытке убить раковые клетки с помощью создания теплового поля. Чтобы обойти принцип максимума можно использовать "внесение тепла" во внутреннюю область тела с помощью тонких игл и управлять "внесением тепла".

Так как уравнение диффузии также является параболическим (таким же как и уравнение теплопроводности), то возможно успешно управлять "внесением химии" в тело. Такие задачи могут быть решены при участии врачей. Математический алгоритм решения этих задач таковы (с незначительными изменениями), каким является алгоритм из работ М. Отелбаева, А. Гасанова [5]. Для численной реализации этого алгоритма можно использовать "метод дополнительных областей" из работы М. Отелбаева, Ш. Смагулова [8]. Хотелось бы какие-то молодые люди взялись за реализацию сказанной (один математик и один медик).

Мы со своей стороны готовы консультировать. Использование "игл вносящих тепло или ядохимию" в организм для убивания раковых клеток безусловно требует вхождения во внутрь.

Но возможно использовать электромагниты и создавать нужное тепловое поле. Для этого запишем нужную нам систему уравнений электромагнитной гидродинамики.

Полная система уравнений магнитной гидродинамики несжимаемой жидкости в векторной форме состоит из уравнения движения

$$\rho\frac{d\vec{W}}{dt} = R - gradP + \mu\Delta\vec{W} + \frac{1}{\mu B}\left[\left(rot\vec{B}\right)\times\vec{B}\right], \qquad (1)$$

из уравнения энергии

$$
\begin{cases}
\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \Delta T \ + \ \mu\Phi + \frac{j^2}{\sigma_R}, \\
\Phi(\cdot) = 2[(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \vartheta}{\partial y})^2 + (\frac{\partial \omega}{\partial x})^2 + \\
(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \vartheta}{\partial y})^2 + (\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \vartheta}{\partial y})^2 + (\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \vartheta}{\partial y})^2 - (div\overrightarrow{W})^2,
\end{cases} \tag{2}
$$

уравнения магнитной индукции

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = rot[\overrightarrow{W} \times \vec{B}] + \frac{1}{\mu_R \sigma_R} \Delta \overrightarrow{W} \tag{3}$$

уравнения неразрывности

$$\mathrm{div}\overrightarrow{W} = 0. \tag{4}$$

Здесь T –температура, ρ– плотность, j– ток, $\overrightarrow{W}$= (u, v, ω)– вектор скорости, $\frac{dT}{dt}$ – означает полную производную.

В (1)-(4) скаляр P – давление, $\vec{B}$ – магнитная индукция, × – означает обычное векторное произведение.

Для получения замкнутой системы нужно добавить уравнение закона Ома

$$j = \sigma_R E + [\overrightarrow{W} \times \vec{B}] \tag{5}$$

уравнения Максвелла:

$$rot\ \vec{H}\ = j,\ div\ \vec{D} = \mu_{v0}, \tag{6}$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial T}{\partial t}, div\ \vec{B} = 0, \tag{7}$$

$$rot\ \vec{B} = \mu_B j \tag{8}$$

Нас будет особо интересовать уравнение (2), так как управляя Φ можно создавать внутри области участки, где температура выше, чем в остальных участках. Но для управления Φ(·)

$$\Phi(\cdot) = 2[(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \vartheta}{\partial y})^2 + (\frac{\partial \omega}{\partial x})^2] +$$

$$(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial z})^2 + (\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x})^2 - (div\overrightarrow{W})^2$$

будет необходимо управлять граничными значениями для −W→ и для →−B .

Выпишем нужное нам тепловое поле. Пусть T – температурная функция равная t0 в окрестности области Ω0, содержащих раковые клетки, в остальной части области **Ω** равна t1,

t1 ≤ T ≤ t0, Ω0 ⊆ Ω,

где t0– температура вызывающий гибель раковых клеток, но не убивающая здоровые клетки задается врачами. t1– нормальная температура клиента. Вне некоторой области **Ω**0 берем T равным t1. Функцию T берем достаточно гладким, имеющим производные до порядка 2. Функцию T подставим в (2). Тогда получим

$$\mu\Phi + \frac{j^2}{\sigma_R} = M_0 \tag{9}$$

где функционал Φ(·) зависит только от −W→ (вектора скорости и его производных). Для j справедлива закон Ома (5). Мы пользуемся формулой (8)

$$\mu_B j = rot\vec{B} \text{ или } j = \mu_B^{-1} rot\vec{B}. \tag{10}$$

Теперь для M0 имеем

$$\mathrm{M}_0 = \mu\ \Phi + \sigma_B^{-1}\ \mu_B^{-1}\ rot|\vec{B}|^2\ . \tag{11}$$

Нас теперь устраивает любое решение системы (1), (3) и (4) для которого выполнено (11). То есть нас устраивает любое решение системы

$$\begin{cases} \rho \frac{d\vec{W}}{dt} = R - gradP + \mu\Delta\vec{W} + \frac{1}{\mu B}\left[\left(rot\vec{B}\right) \times \vec{B}\right], \\ \frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} = rot\left[\vec{W} \times \vec{B}\right] + \frac{1}{\mu R \sigma R}\Delta\vec{B}, \\ div\vec{W} = 0, \end{cases} \tag{12}$$

которое таково, что

$$\mu\,\Phi + \sigma_B^{-1}\,\mu_B^{-1}\,rot\left|\vec{B}\right|^2 = M_0,$$

где M0– вычисляется явно формулой (9), когда берется нужная (заказанное врачом) температурное поле. Система (12) состоит из семи уравнений, неизвестных W1, W2, W3, B1, B2, B3, ρ, P – восемь. Но если учесть уравнением состояния, то неизвестных тоже окажется семь. Такая задача имеет континуум решений. Поэтому можно управлять начальными и граничными условиями. Математически такая задача вполне разрешима.

Использование электромагнитных полей для создания теплового поля не требует вхождения во внутрь тела (для внесения тепла или "химии" во внутрь).

Funding: Авторы были поддержаны грантом AP 14869558 КН МНВО РК.
2010 Mathematics Subject Classification: 35R30, 35K05, 49N45, 47A05

Литература

1. Отелбаев, М. Об одной задаче управления точечным источником тепла[Текст]/ Отелбаев М., Гасанов А., Акпаев Б. // Доклады РАН. - 2010. - Т. 435. - С. 317- 319.
2. Гаджиев, А.М. Математическое моделирование[Текст]/ Гаджиев А.М., Гасанов А.И., Фатуллаев А.Г. // 1991. 3(1). - С. 18-24.
3. Отелбаев М., Молдабеков С.М. Об управлении линейным операторным уравнениям[Текст]/. В сб.: Дифференциальные уравнения и их приложения. Алма-Ата: КазГУ, 1982. - С. 6-9.
4. Отелбаев, М. Одна задача управления операторным уравнением[Текст]/ Отелбаев М., Молдабеков С.М.// Известия НАН РК. Серия физико-математическая. - 1994. No.3. - С. 46-51.
5. Otelbaev, M. Inverse heat conduction problems with boundary and final time measured output data[Text]/ Otelbaev M., Hasanov A., Akpayev B.// Inverse Problems in Science and Engineering. - 2011. - V. 19, No.7. - P. 985-1006.
6. Смагулов, Ш.С. Метод дополненных областей для уравнений Навье-Стокса[Text]/ Смагулов Ш.С., Балдыбек Ж.А., Отелбаев М.О.// Известия НАН РК. Серия физико-математическая. 1993. - С. 15-24.
7. Смагулов, Ш.С. Об одном новом приближенном методе решения нелинейных краевых задач. [Текст]/ Смагулов Ш.С., Отелбаев М.О., Мухаметжанов А.Т. // Препринт ИА РК. - 1997. - No. 21. - 34с.
8. Смагулов, Ш.С. О новом методе приближенных решений краевых задач в произвольной области[Текст]/ Смагулов Ш.С., Отелбаев М.О. // Известия НАН РК. - 1998. - Т. 7, No.6. - С. 452-455.