УДК 514.1
https://doi.org/10.52754/16948645_2023_1_141

E_6 ЕВКЛИДДИК МЕЙКИНДИГИНДЕ f_3^2 БӨЛҮКТӨП ЧАГЫЛТУУСУНУН КВАЗИКОШМОК СЫЗЫКТАРЫНЫН ЖАШАШЫ ЖӨНҮНДӨ

Матиева Г., ф.-м.и.д., профессор,
Курбанбаева Н.Н., ф.-м.и.к., доцент,
Ошский мамлекеттик университети,
Ош, Кыргызстан
Абдуллаева Ч.Х., ф.-м.и.к., доцент,
Б. Сыдыков атындагы Кыргыз-Өзбек Эл аралык университети,
Ош, Кыргызстан,

Аннотация. *Изилдөөнүн предмети катары беш ченемдүү евклиддик E_6 мейкиндикти бөлүктөп чагылтуу маселеси каралат. Изилдөөнүн максаты болуп E_6 мейкиндигин бөлүктөп чагылтуунун квазикошмок сызыктарынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттарын табуу эсептелинет. Изилдөөлөрдө: Картандын сырткы формалар жана кыймылдуу репер методдору колдонулду.*

Бул жумушта евклиддик алты ченемдүү мейкиндикти бөлүктөп чагылтууга тиешелүү маселе каралган. $\Omega \subset E_6$ аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген: ар бир $X \in \Omega$ чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ушул сызык үчүн Френенин репери боло тургандай кыймылдуу репер тандалып алынган. Бул репердин координаталык векторлорунун интегралдык сызыктары Френенин торчосун түзүшөт. Ушул торчонун ω^3 сызыгынын жанымасында F_3^2 чекити инварианттык түрдө аныкталат. X чекити Ω аймагында кыймылга келгенде F_3^2 чекити өзүнүн $\Omega_3^2 \subset E_6$ аймагын сызып чыгат. Натыйжада $f_3^2(X) = F_3^2$ болгондой $f_3^2 : \Omega \to \Omega_3^2$ бөлүктөп чагылтуусу аныкталат.

Төрт ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары изилденген

Изилдөөнүн жыйынтыгында төрт ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын каралып жаткан f_3^2 бөлүктөп чагылтуусу үчүн квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары табылган.Төрт ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктары болушунун зарыл жана жетиштүү шарттарын изилдөө макалада алгачкы ирет изилденип жаткандыктан, алынган жыйынтыктар жаңы болуп эсептелинери көрсөтүлгөн. Алынган жыйынтыктар дифференцирленүүчү чагылтуулар теориясында колдонуу үчүн сунушталат.

Ачкыч сөздөр: *евклиддик мейкиндик, Френенин репери, Френенин торчосу, бөлүктөп чагылтуу, бөлүштүрүү, квазикошмок сызык.*

О СУЩЕСТВОВАНИИ КВАЗИДВОЙНЫХ ЛИНИЙ ЧАСТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ f_3^2 В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E_6

Матиева Г., д.ф.-м.н., профессор,
Курбанбаева Н.Н., к.ф.-м.н, доцент,
Ошский государственный университет,
Кыргызская Республика
Абдуллаева Ч.Х., к.ф.-м.н, доцент,
Кыргызско–Узбекского Международный университет имени Б.Сыдыкова,
Кыргызская Республика,

Аннотация. *В данной работе рассмотрена задача, относящаяся к частным отображениям 6-мерного евклидова пространства.В области $\Omega \subset E_6$ задано семейство гладких линий так,что через каждую точку $X \in \Omega$ проходит одна линия заданного семейства. Выбран подвижный репер так, чтобы он был репером Френе для линии заданного семейства. Интегральные линии координатныхз векторных полей* *этого репера образуют сеть Френе. На касательной к линии ω^3 этой сети инвариантным образом определяется точка F_3^2. Когда точка X смещается в области Ω, точка F_3^2 описывает свою область $\Omega_3^2 \subset E_6$. Таким образом получается частичное отображение $f_3^2 : \Omega \to \Omega_3^2$ такое, что $f_3^2(X) = F_3^2$. Исследованы необходимые и достаточные условия для того, чтобы линии, принадлежащие трехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_3^2.*

Предметом исследования является процесс частичного отображения шестимерного евклидова пространства E_6. Цель исследования - найти необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий частичного отображения пространства E_6. В исследовании использовались: метод внешных форм Картана и метод подвижного репера. В результате исследования были найдены необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий для рассматриваемого частичного отображения f_3^2 линий, принадлежащих четырехмерным распределениям.

Исследования необходимых и достаточных условий для того, чтобы линии, принадлежащие четырехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_3^2 рассмотрено впервые, поэтому полученные результаты являются новыми. Полученные результаты рекомендуется для использования в теории дифференцируемых отображений.

Ключевые слова: *евклидово пространство, репер Френе, сеть Френе, частичное отображение, распределение, квазидвойная линия.*

ABOUT EXISTENCE OF A QUASIO-DOUBLE LINES OF THE PARTIAL MAPPING f_3^2 IN SPACE E_6

Matieva G., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Kurbanbayeva N.N., Ph.D., Associate Professor,
Osh State University,
Osh, Kyrgyzstan
Abdullaeva Ch.Kh., Ph.D., Associate Professor,
Kyrgyz-Uzbek International University named after B. Sydykov,
Osh, Kyrgyzstan,

Abstract. *It is considered the problem related to partial mapping of 6- dimensional Euclidean space E_6*

A family of smooth lines is given in the domain $\Omega \subset E_6$ so that through each point $X \in \Omega$ passes one line of a given family. A movable frame is chosen so that it was Frenet's frame for the line of the given family. The integral lines of the coordinate vectors fields of this frame form a Frenet's net. On a tangent to the line ω^3 of this net a point F_3^2 is defined in an invariant way.

When the point X moves in the domain Ω the point F_3^2 describes its domain $\Omega_3^2 \subset E_6$. In this way we get a partial mapping $f_3^2 : \Omega \to \Omega_3^2$ such that $f_3^2(X) = F_3^2$. The necessary and sufficient conditions for the lines belonging to 4-dimensional distributions, were quasi-double lines of the partial mapping f_3^2.

The subject of research is the process of partial mapping of the six-dimensional Euclidean space E_6. The purpose of the study is to find the necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double lines of a partial space mapping f_3^2. The study used: the method of external forms of Cartan and the method of moving reper. As a result of the study, necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double lines for the considered partial mapping of lines belonging to 4-dimensional distributions were found.

The study of necessary and sufficient conditions for lines belonging to 4-dimensional distributions to be quasi-double lines of a partial mapping f_3^2 is considered for the first time, so the results obtained are new. The results obtained are recommended for use in the theory of differentiable mappings.

Key words: *euclidean space, Frenet frame, net of Frenet, partial mapping, distribution, quasi-double line.*

Киришүү. $\Omega \subset E_6$ мейкиндигинин Ω аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген $X \in \Omega$ ар бир чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ортонормаланган, $\Re = \left(X, \vec{e}_i\right)$ $\left(i, j, k = \overline{1,6}\right)$ реперин Ω аймагында бул репер берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин репери [1], [2] боло тургандай тандап алабыз. $\Re$ реперинин деривациондук формулалары төмөнкүдөй көрүнүштө болушат:

$$d\overrightarrow{X} = \omega^i \overrightarrow{e_i}, \; d\overrightarrow{e_i} = \omega_i^k \overrightarrow{e_k} \; . \qquad (1)$$

Мындагы ω^i, ω_i^k дифференциалдык формалары евклиддик мейкиндиктин структуралык теңдемелерин канаатандырышат:

$$D\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i, D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k, \omega_i^j + \omega_j^i = 0 . \qquad (2)$$

$\overrightarrow{e_i}$ вектордук талааларынын интегралдык сызыктары берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин торчосун [1] Σ_6 түзүшөт. $\Re$ репери Σ_6, торчосунун сызыктарынын жанымаларына тургузулгандыктан, ω_i^k формалары башкы формалар болушат, б.а.

$$\omega_i^k = \Lambda_{ij}^k \omega^j . \qquad (3)$$

(2) формулалардын акыркы барбардыгын эске алсак, анда төмөндөгү келип чыгат:

$$\Lambda_{ij}^k = -\Lambda_{kj}^i . \qquad (4)$$

(3) барабардыкты сырттан дифференцирлеп төмөндөгүнү алабыз:

$$D\omega_i^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k D\omega^j .$$

Мындан, (2) формуланы колдонсок, төмөндөгү келип чыгат:

$$\omega_i^j \wedge \omega_j^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k \wedge \omega^\ell \wedge \omega_\ell^j .$$

(3) формуланын негизинде акыркы барабардык төмөндөгүдөй көрүнүшкө келет:

$$\omega_i^j \wedge \Lambda_{j\ell}^k \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell$$

же

$$\Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \wedge \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell .$$

(барабардыктын оң жагындагы экинчи мүчөдө жана индекстеринин ордун алмаштырдык). Мындан төмөндөгүнү алабыз:

$$d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell \wedge \omega^j - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = 0$$

же

$$\left(d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell\right) \wedge \omega^j = 0 .$$

Акыркы барабардыкка Картандын леммасын [3] колдонуп төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell = \Lambda_{ijm}^k \omega^m$$

же

$$d\Lambda^k_{ij}=\left(\Lambda^k_{ijm}+\Lambda^k_{il}\Lambda^l_{jm}+\Lambda^k_{lj}\Lambda^l_{im}\right)\omega^m . \qquad (5)$$

Чондуктардын $\left\{\Lambda^k_{ij},\Lambda^k_{ijm}\right\}$ системасы экинчи тартиптеги геометриялык обьектти түзүшөт.

Берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин формулалары төмөндөгүдөй көрүнүштө болушат:

$$d_1\overrightarrow{e_1}=\Lambda^2_{11}\overrightarrow{e_2},$$
$$d_1\overrightarrow{e_2}=\Lambda^1_{21}\overrightarrow{e_1}+\Lambda^3_{21}\overrightarrow{e_3},$$
$$d_1\overrightarrow{e_3}=\Lambda^2_{31}\overrightarrow{e_2}+\Lambda^4_{31}\overrightarrow{e_4},$$
$$d_1\overrightarrow{e_4}=\Lambda^3_{41}\overrightarrow{e_3}+\Lambda^5_{41}\overrightarrow{e_5},$$
$$d_1\overrightarrow{e_5}=\Lambda^4_{51}\overrightarrow{e_4}+\Lambda^6_{51}\overrightarrow{e_6},$$
$$d_1\overrightarrow{e_6}=\Lambda^5_{61}\overrightarrow{e_5}.$$

жана

$$\Lambda^3_{11}=-\Lambda^3_{11}=0,\ \Lambda^4_{11}=-\Lambda^1_{41}=0,\Lambda^5_{11}=-\Lambda^1_{51}=0,\Lambda^6_{11}=-\Lambda^1_{61}=0 \qquad (6)$$

$$\Lambda^5_{21}=-\Lambda^2_{51}=0,\ \Lambda^4_{21}=-\Lambda^2_{41}=0,\ \Lambda^5_{31}=-\Lambda^3_{51}=0.$$
$$\Lambda^6_{21}=-\Lambda^2_{61}=0,\ \Lambda^6_{31}=-\Lambda^3_{61}=0.\ \Lambda^4_{61}=-\Lambda^6_{41}=0 \qquad (7)$$

Мындагы $k^1_1=\Lambda^2_{11}$, $k^1_2=\Lambda^3_{21}$, $k^1_3=\Lambda^4_{31}$, $k^1_4=\Lambda^5_{41}=-\Lambda^4_{51}$, $k^1_5=\Lambda^6_{51}=-\Lambda^5_{61}$ – ω^1 сызыгынын биринчи, экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи ийриликтери (тиешелеш түрдө), d_1 – ω^1 сызыгы боюнча дифференцирлөөнүн символу.

Σ_6 торчосунун ω^i сызыгынын жанымасындагы F^j_i $(i\neq j)$ псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус – вектор менен аныкталат:

$$\overrightarrow{F^j_i}=\overrightarrow{X}-\frac{1}{\Lambda^j_{ij}}\overrightarrow{e_i}=\overrightarrow{X}+\frac{1}{\Lambda^i_{jj}}\overrightarrow{e_i} \qquad (8)$$

Ар бир $(X,\vec{e}_i)$ жанымасында төрттөн псевдофокус жашайт:

$(X,\vec{e}_1)$ жанымасында – $F^2_1, F^3_1, F^4_1, F^5_1, F^6_1$;

$(X,\vec{e}_2)$ жанымасында – $F^1_2, F^3_2, F^4_2, F^5_2, F^6_2$;

$(X,\vec{e}_3)$ жанымасында – $F^1_3, F^2_3, F^4_3, F^5_3, F^6_3$;

$(X,\vec{e}_4)$ жанымасында – $F^1_4, F^2_4, F^3_4, F^5_4, F^6_4$;

$(X,\vec{e}_5)$ жанымасында – $F^1_5, F^2_5, F^3_5, F^4_5, F^6_5$;

$(X,\vec{e}_6)$ жанымасында – $F^1_6, F^2_6, F^3_6, F^4_6, F^5_6$.

$\Omega \subset E_6$ аймагындагы Σ_6 торчосу Френенин циклдик торчосу деп аталат, эгерде төмөндөгү реперлер бир учурда ω^1, ω^2, ω^3, ω^4, ω^5, ω^6 сызыктары үчүн (тиешелеш түрдө) Френенин реперлери болушса: $\Re_1 = (X, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6)$, $\Re_2 = (X, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6, \vec{e}_1)$, $\Re_3 = (X, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, $\Re_4 = (X, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, $\Re_5 = (X, \vec{e}_5, \vec{e}_6, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$.

Σ_6 торчосу Френенин циклдик торчосу болсун деп эсептейли жана аны $\tilde{\Sigma}_6$ көрүнүшүндө белгилейбиз.

Изилдөөнүн материалдары.

$F_3^2 \in (X, \vec{e}_3)$ псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус-вектор менен аныкталат:

$$\overrightarrow{F_3^2} = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_3 = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_{22}^3}\vec{e}_3 . \qquad (9)$$

X чекити $\Omega \subset E_6$ аймагында кыймылга келгенде, F_3^2 чекити өзүнүн $\Omega_3^2 \subset E_6$ аймагын “сызып” чыгат Натыйжада $f_3^2(X) = F_3^2$ боло тургандай $f_3^2 : \Omega \to \Omega_3^2$ бөлүктөп чагылтуусуна ээ болобуз.

(9) барабардыкты дифференцирлеп жана (1), (2), (3) формулаларды колдонуп төмөндөгүнү алабыз :

$$d\overrightarrow{F_3^2} = d\vec{X} - d\left(\frac{1}{\Lambda_{32}^2}\right)\vec{e}_3 - \frac{1}{\Lambda_{32}^2}d\vec{e}_3 = \omega^i\vec{e}_i + \frac{d\Lambda_{32}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{1}{\Lambda_{32}^2}\omega_3^i\vec{e}_i$$

же

$$d\overrightarrow{F_3^2} = \omega^m\vec{e}_m + \frac{C_{32m}^2\,\omega^m}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{3m}^i\omega^m}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i \; ,$$

мында $d\Lambda_{32}^2 = \left(\Lambda_{32m}^2 + \Lambda_{3\ell}^2\Lambda_{2m}^\ell + \Lambda_{\ell 2}^2\Lambda_{3m}^\ell\right)\omega^m = C_{32m}^2\,\omega^m$.

Акыркы барабардыктан:

$$d\overrightarrow{F_3^2} = \left[\vec{e}_1 + \frac{C_{321}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{31}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^1 + \left[\vec{e}_2 + \frac{C_{322}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{32}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^2$$
$$+\left[\vec{e}_3 + \frac{C_{323}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{33}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^3 + \left[\vec{e}_4 + \frac{C_{324}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{34}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^4 +$$
$$+\left[\vec{e}_5 + \frac{C_{325}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{35}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^5 + \left[\vec{e}_6 + \frac{C_{326}^2}{(\Lambda_{32}^2)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{36}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i\right]\omega^6$$

келип чыгат. Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$\vec{c}_1 = \vec{e}_1 + \frac{C_{321}^2}{\left(\Lambda_{32}^2\right)^2}\vec{e}_3 - \frac{\Lambda_{31}^i}{\Lambda_{32}^2}\vec{e}_i \; ;$$

$$\overrightarrow{c_2}=\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,322}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,i}_{\,32}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_i}\ ;$$

$$\overrightarrow{c_3}=\overrightarrow{e_3}+\frac{C^{\,2}_{\,323}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,i}_{\,33}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_i}\ ;$$

$$\overrightarrow{c_4}=\overrightarrow{e_4}+\frac{C^{\,2}_{\,324}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,i}_{\,34}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_i}\ ;$$

$$\overrightarrow{c_5}=\overrightarrow{e_5}+\frac{C^{\,2}_{\,325}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,i}_{\,35}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_i}\ .$$

$$\overrightarrow{c_6}=\overrightarrow{e_6}+\frac{C^{\,2}_{\,326}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,i}_{\,36}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_i}\ .$$

$\tilde{\Sigma}_6$ торчосу Френенин циклдик торчосу болгондуктан $\overrightarrow{c_i}$ векторлоу төмөндөгү көрүнүштө болушат:

$$\overrightarrow{c_1}=\overrightarrow{e_1}-\frac{\Lambda^{\,2}_{\,31}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,321}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,4}_{\,31}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_4};$$

$$\overrightarrow{c_2}=\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,322}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,4}_{\,32}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_4};$$

$$\overrightarrow{c_3}=\left[1+\frac{C^{\,2}_{\,323}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\right]\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,4}_{\,33}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_4}; \tag{10}$$

$$\overrightarrow{c_4}=-\frac{\Lambda^{\,2}_{\,34}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,324}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}+\overrightarrow{e_4};$$

$$\overrightarrow{c_5}=-\frac{\Lambda^{\,2}_{\,35}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,325}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,4}_{\,35}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_4}+\overrightarrow{e_5}\ .$$

$$\overrightarrow{c_6}=-\frac{\Lambda^{\,2}_{\,36}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_2}+\frac{C^{\,2}_{\,326}}{\left(\Lambda^{\,2}_{\,32}\right)^2}\overrightarrow{e_3}-\frac{\Lambda^{\,4}_{\,36}}{\Lambda^{\,2}_{\,32}}\overrightarrow{e_4}+\overrightarrow{e_6}\ .$$

$\Omega^{\,2}_{\,3}$ аймагына кыймылдуу $\Re'=\left(F^2_3,\overrightarrow{c_i}\right)$ реперин бириктиребиз. Жалпы учурда (10) векторлор сызыктуу көз каранды болушпайт.

Төрт ченемдүү $\Delta_4=\left(X,\ \overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3},\overrightarrow{e_4},\overrightarrow{e_5}\right)$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон δ сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\overrightarrow{\delta}=\delta^2\overrightarrow{e_2}+\delta^3\overrightarrow{e_3}+\delta^4\overrightarrow{e_4}+\delta^5\overrightarrow{e_5}$ көрүнүшүндө болот. $\bar{\delta}=f^2_3(\delta)$ сызыгына жаныма вектору $\overrightarrow{\bar{\delta}}$ төмөндөгүдөй аныкталат:

$$\overrightarrow{\bar{\delta}}=\delta^2\overrightarrow{c_2}+\delta^3\overrightarrow{c_3}+\delta^4\overrightarrow{c_4}+\delta^5\overrightarrow{c_5}\,.$$

(10) формулаларды эске алсак:

$$\overline{\overline{\delta}} = \left(\delta^2 + \delta^4 c_4^2 + \delta^5 c_5^2\right)\overrightarrow{e_2} + \left(\delta^2 c_2^3 + \delta^3 c_3^3 + \delta^4 c_4^3 + \delta^5 c_5^3\right)\overrightarrow{e_3} + \left(\delta^2 c_2^4 + \delta^3 c_3^4 + \delta^4 + \delta^5 c_5^4\right)\overrightarrow{e_4} + \delta^5 \overrightarrow{e_5}$$

келип чыгат, мында мында δ_i^j – $\overrightarrow{c_i}$ векторунун j – координатасы

$\overrightarrow{\delta}, \overline{\overline{\delta}}, \overrightarrow{XF_3^2} \in \Delta_4$ экендигин көрөбүз, демек, δ сызыгы ар дайым $f_3^2 : \Omega \to \Omega_3^2$ бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот экен.

Жогорудагыга окшош эле $\Delta'_4 = \left(X, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4}\right)$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон γ сызыгы ар дайым f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы боло тургандыгы келип чыгат.

Эми $\Delta''_4 = \left(X, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4}, \overrightarrow{e_5}\right)$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон β сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\overrightarrow{\beta} = \beta^1 \overrightarrow{e_1} + \beta^3 \overrightarrow{e_3} + \beta^4 \overrightarrow{e_4} + \beta^5 \overrightarrow{e_5}$ болот. $\overline{\beta} = f_3^2(\beta)$ сызыгынын жаныма вектору $\overline{\overline{\beta}}$ төмөндөгүдөй аныкталат:

$\overline{\overline{\beta}} = \beta^1 \overrightarrow{c_1} + \beta^3 \overrightarrow{c_3} + \beta^4 \overrightarrow{c_4} + \beta^5 \overrightarrow{c_5}$ (10) формулаларды колдонуу менен төмөнкүнү алабыз:

$$\overline{\overline{\beta}} = \beta^1 \overrightarrow{e_1} + \left(\beta^1 c_1^2 + \beta^4 c_4^2 + \beta^5 c_5^2\right)\overrightarrow{e_2} + \left(\beta^1 c_1^3 + \beta^3 c_3^3 + \beta^4 c_4^3 + \beta^5 c_5^3\right)\overrightarrow{e_3} +$$
$$+ \left(\beta^1 c_1^4 + \beta^3 c_3^4 + \beta^4 + \beta^5 c_5^4\right)\overrightarrow{e_4} + \beta^5 \overrightarrow{e_5}.$$

$\overrightarrow{\beta}, \overline{\overline{\beta}}, \overrightarrow{XF_3^2} \in \Delta''_4$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$\beta^1 c_1^2 + \beta^4 c_4^2 + \beta^5 c_5^2 = 0 .$$

Мындан (10) формулаларды эске алуу менен төмөндөгү барабардыкка ээ болобуз:

$$\Lambda_{31}^2 \beta^1 + \Lambda_{34}^2 \beta^4 + \Lambda_{35}^2 \beta^5 = 0 \qquad (11)$$

Тескерисинче, эгерде Δ''_4 бөлүштүрүүсүнө таандык болгон β сызыгынын жаныма векторунун координаталары (11) шартты канааттандырышса, анда β сызыгы f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот.

Төрт ченемдүү ($\Delta'''_4 = \left(X, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_5}, \overrightarrow{e_6}\right)$) бөлүштүрүүсүнө таандык болгон ρ сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\overrightarrow{\rho} = \rho^2 \overrightarrow{e_2} + \rho^3 \overrightarrow{e_3} + \rho^5 \overrightarrow{e_5} + \rho^6 \overrightarrow{e_6}$ көрүнүшүндө болот. $\overline{\rho} = f_3^2(\rho)$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй табылат. $\overline{\overline{\rho}} = \rho^2 \overrightarrow{c_2} + \rho^3 \overrightarrow{c_3} + \rho^5 \overrightarrow{c_5} + \rho^6 \overrightarrow{c_6}$ көрүнүшүндө издейбиз

$$\overline{\overline{\rho}} = \left(\rho^5 c_5^2 + \rho^6 c_6^2\right)\overrightarrow{e_2} + \left(\rho^2 c_2^3 + \rho^3 c_3^3 + \rho^5 c_5^3 + \rho^6 c_6^3\right)\overrightarrow{e_3} +$$
$$+ \left(\rho^2 c_2^4 + \rho^3 c_3^4 + \rho^5 c_5^4 + \rho^6 c_6^4\right)\overrightarrow{e_4} + \rho^5 \overrightarrow{e_5} + \rho^6 \overrightarrow{e_6}.$$

$\overrightarrow{\rho}\,, \overrightarrow{\overrightarrow{\rho}}\,, \overrightarrow{XF_3^2} \in \Delta_4'''$ шартынан төмөндөгүнү алабыз:

$\rho^2 c_2^4 + \rho^3 c_3^4 + \rho^5 c_5^4 + \rho^6 c_6^4 = 0$. Мындан, . (10) формулаларды пайдаланып төмөндөгүнү алабыз:

$$\Lambda_{32}^{4}\,\rho^2 + \Lambda_{33}^{4}\,\rho^3 + \Lambda_{35}^{4}\,\rho^5 + \Lambda_{36}^{4}\,\rho^6 = 0\,. \qquad (12)$$

Тескерисинче, эгерде Δ_4''' бөлүштүрүүсүнө таандык болгон ρ сызыгынын $\overrightarrow{\rho}$ жаныма векторунун координаталары (12) канааттандырышса, анда ρ сызыгы f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот.

Жыйынтык.

Жогорудагы изилдөөлөрдүн негизинде төмөндөгүдөй теорема далилденди.

Теорема

а) ($\Delta'_4 = \left(X, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4}\right)$)бөлүштүрүүсүнө таандык болгон $\delta(\gamma)$ сызыгы ар дайым f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот;

б) $\Delta_4'' = \left(X, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_4}, \overrightarrow{e_5}\right)$ ($\Delta_4''' = \left(X, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_5}, \overrightarrow{e_6}\right)$) бөлүштүрүүсүнө таандык болгон $\beta(\rho)$ сызыгы f_3^2 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (11) ((12)) шарттын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Беш ченемдүү евклиддик мейкиндикти $f_3^2, f_2^1, f_5^4, f_1^5$, бөлүктөп чагылтууларынын квазикошмок сызыктарынын жашашы [8], [9], [10], [11] макалаларда изилденген

Адабияттар

1. Рашевский, П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ [Текст]/ П.К.Рашевский// М. Наука.1967.-С.481-482.
2. Схоутен, И.А. Введение в новые методы дифференциальной геометрии [Текст]/ И.А.Схоутен, Д.Дж.Стройк. // М. ИЛ.1948.Т.II-348.
3. Фиников, С.П. Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии [Текст]/ С.П. Фиников // М-Л.: Госттехиздат,.1948.- 432.
4. Базылев, В.Т. О многомерных сетях в евклидовом пространстве [Текст]/ В.Т Базылев // Литовский математический сборник,1966.VI.№4.-С.475-491.
5. Матиева, Г. Геометрия частичных отображений, сетей и распределений евклидова пространства [Текст]/ Г.Матиева // Монография. Ош,2003.-С.212-219.
6. Базылев, В.Т. О фундаментальных объектах плоских многомерных сетей [Текст]/ В.Т Базылев // / Известия ВУЗов Математика, 1967. – С. 3-11.
7. Абдуллаева, Ч.Х. Е6 евклиддик мейкиндигинде ($\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ түгөйүнүн квази-кошмок сызыгынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттары [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, М.Х.Абдулазизова, Б.Т.Адиева и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. - №2. -С. 13- 20.
8. Абдуллаева, Ч.Х. Төрт ченемдүү Е4 евклиддик мейкиндикте (f,Δ3) түгөйүнүн квазикошмок сызыктарынын жашашы жөнүндө [Текст] / [Ч.А. Мустапакулова, Ж.Алимова, Жакыпбек к.А..] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - №1. -С. 52- 58.

9. Абдуллаева, Ч.Х. E5 евклиддик мейкиндигинде f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктарынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттары [Текст] / [Г.Матиева, Н.Т.Нышанбаева] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - №3(75). -С. 32- 39

10. Абдуллаева, Ч.Х. E5 евклиддик мейкиндигинде f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктарынын жашашы жөнүндө [Текст] / [Г.Матиева, Н.О.Рустамова] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - №3(75). -С. 39- 49

11. Gulbadan Matieva , Existence of quasidouble lines of a pair (f_1^5)in Euclidean space E5 Journal of Physics: / [Cholpon Abdullayeva, , Zhyldyz Artykova] // Conference Series , Volume 1988 , Simposium Kebangsaan Sains Matematik ke-28 (SKSM28), 28-29 июля 2021 г., Куантан, Паханг https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1988/1/ 012082