МАТЕМАТИКА

УДК 517.9
https://doi.org/10.52754/16948645_2023_2_66

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Бердимуратов Амангельди Мухтарович
кандидат физико-математических наук, доцент,
Лысьвенский филиал
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет
Россия, 618902, Лысьва, ул. Ленина, 2,
aman2460@mail.ru

Аннотация. *В этой статье доказывается теорема существования обобщенных решений дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, определенное в некоторой окрестности объединения трех граней параллелепипеда.*

В классических граничных задачах Дарбу-Гурса-Бодо значения решения и его производных задаются на трех пересекающихся характеристических гиперплоскостях и ищется нужное число производных заданных на этих гиперплоскостях которые из-за характеристичности гиперплоскостях обобщенные решения дифференциального уравнения могут не иметь ограничений на гиперплоскостях. Автором рассматривается несколько иная форма постановки задачи т.е. продолжения обобщенное решение рассматриваемых системы определенное в окрестности трех граней параллелепипеда в окрестность большего параллелепипеда. Единственность ниже рассматриваемой задачи обобщенных решений дифференциальных уравнений доказано в предыдущих работах автора.

Ключевые слова*: несобственная точка, преобразование Фурье, выпуклый компакт, финитные функции, целые аналитические функции, характеристическая функция, алгебраическое множество.*

ТУРУКТУУ КОЭФФИЦИЕНТТҮҮ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЖАЛПЫЛАНГАН ЧЕЧИМДЕРИ

Бердимуратов Амангелди Мухтарович
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент,
Лысьва филиалы
Пермь улуттук илим-изилдөө
политехникалык университети
Россия, 618902, Лысва, ул. Ленин, 2,
aman2460@mail.ru

Аннотация: *Бул макалада параллелепипеддин үч бетинин биригүүсүнүн кээ бир аймагында аныкталган туруктуу коэффициенттери бар дифференциалдык теңдемелердин жалпыланган чечимдеринин бар болуу теоремасы далилденет.*

Классикалык Дарбу-Гурса-Бодо чек ара маселелеринде чечимдин маанилери жана анын туундулары кесилишкен үч мүнөздүү гипертегиздикте берилген жана бул гипертегизтерде берилген туундулардын керектүү саны, мүнөздүү табиятынан улам изделген гипертегиздиктер, дифференциалдык теңдеменин жалпыланган чечимдери гипертегиздиктер үчүн чектөөлөр болбошу мүмкүн.Автор проблеманы билдирүүнүн бир аз башкача формасын карайт, б.а. чоңураак параллелепипедтин жанында параллелепипеддин үч гранынын аймагында аныкталган каралып жаткан системалардын жалпыланган

чечиминин кеңейтилиши. Төмөндө каралып жаткан дифференциалдык теңдемелердин жалпыланган чечимдеринин маселесинин уникалдуулугу автордун мурунку эмгектеринде далилденген.
***Урунттуу сөздөр**: туура эмес чекит, Фурье трансформациясы, томпок компакт, финит функциялар, бүтүндөй аналитикалык функциялар, мүнөздөмө функция, алгебралык көптүк.*

GENERALIZED SOLUTIONS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH CONSTANT COEFFICIENTS

Berdimuratov Amangeldi Mukhtarovich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Lysvensky branch
Perm National Research
Polytechnic University
Russia, 618902, Lysva, Lenin str., 2,
aman2460@mail.

***Abstract::** In this article, we prove the theorem of the existence of generalized solutions of differential equations with constant coefficients, defined in some neighborhood of the union of three faces of a parallelepiped.*

In classical Darboux-Goursat-Bodot boundary value problems, the values of the solution and its derivatives are given on three intersecting characteristic hyperplanes and the desired number of derivatives given on these hyperplanes is sought, which, due to the characteristic hyperplanes, generalized solutions of the differential equation may not have restrictions on the hyperplanes. The author considers a slightly different form of problem statement, i.e., the continuation of a generalized solution of the system under consideration defined in the neighborhood of three faces of a parallelepiped in the neighborhood of a larger parallelepiped. The uniqueness of the problem under consideration of generalized solutions of differential equations is proved in the author's previous works.
***Keywords:** improper point, Fourier transform, convex compact, finite functions, integer analytic functions, characteristic function, algebraic set.*

Введение

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered} P_{11}(D)u_1+\ldots+P_{1s}(D)u_s=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ P_{t1}(D)u_1+\ldots+P_{ts}(D)u_s=0 \end{gathered} \qquad (1)$$

где $\mathrm{P}_{ij}(\mathrm{D})\, i=\overline{1,t}\quad j=\overline{1,s}$ линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, а числа t и s произвольны

и где $\mathrm{u}=(\mathrm{u}_1,\mathrm{u}_2\ldots,\mathrm{u}_S)$ -неизвестная вектор-функция.

Обозначим через N характеристическое множество оператора $P(D)$,то множество $N=\{z\in C^n; rangp(z)<s\}$ где $p(z)$ -характеристическая матрица оператора $P(D)$, а через $N^{'}$-конус в C^n,образованный комплексными прямыми, отвечающими несобственным точкам алгебраическому многообразия N. Под символом $\left[\mathcal{D}_F^\beta\right]^s$ мы будем понимать прямую сумму экземпляров этого пространства, а элементы $\left[\mathcal{D}_F^\beta\right]^s$ интерпретировать как столбцы высоты s,образованные функциями из $\mathcal{D}_F^\beta$. Под нормой вектора $\vartheta=(\vartheta_1,\vartheta_2,...,\vartheta_s)\in[\cdot]^s$ мы будем понимать наибольшую из норм его компонент $\vartheta_s\in[\cdot]^s, i=\overline{1,s}$.

Постановка задачи

Пусть π -параллелепипед в R^n, n -граней которого лежат в координатных подпространствах $\xi_i = 0$, $i = 1, 2, ..., n$.

Обозначим через π_i его $(n-1)$-мерную грань, лежащую в подпространстве

$$\xi_i = 0 \ , \ i = 1, 2, 3 \, .$$

В этой статье исследуется следующая задача: при каких условиях всякое обобщенное решения уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами определенное в окрестности трех соседних граней параллелепипеда в R^n ,может быть продолжен в некоторую его окрестность.

Докажем ряд лемм ,для использования в дальнейшем для доказательство сформулируемую теорему ниже.

Лемма 1. Существуют константы $c > 0$ и $h < 1$ такие, что $\rho(z, N') \le c(|z|^h + 1)$ для любого $z \in N$.

Доказательство см.в [1].

Лемма 2.

$$\mathcal{D}^{\beta}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha}} \subset \sum_{k=1}^{3} \mathcal{D}^{\beta}_{\pi_k^{\alpha+1}} \, .$$

Доказательство: введем обозначения $G^1 = (\pi_1^{\alpha})_{\varepsilon}$, $G^2 = (\pi_2^{\alpha})_{\varepsilon} \setminus (\pi_1^{\alpha})_{\varepsilon}$, $G^3 = (\pi_3^{\alpha})_{\varepsilon} \setminus (\pi_1^{\alpha})_{\varepsilon} \cup (\pi_2^{\alpha})_{\varepsilon}$, где $\varepsilon = 2^{\alpha-1}$ а $(\pi_k^{\alpha})_{\varepsilon}$ - ε окрестность множества π_k^{α} .

Рассмотрим функции $g_k = \chi_{G^k} * \varphi$ где $\varphi \in \mathcal{D}^{\beta}(R^n)$, $Supp\varphi \subset \{\xi \in R^n; |\xi| < \varepsilon\}$, и $\int_{R^n} \varphi(\xi) d\xi = 1$.Докажем ,что на множестве $\bigcup_{k=1}^{3} \pi_k^{\alpha}$ выполняется равенство

$$g_1 + g_2 + g_3 = 1 \qquad (3)$$

Очевидно, что $1 - g_1 - g_2 - g_3 = 1 - \chi_G * \varphi$, где $G = \bigcup_{k=1}^{3} G^k$.

Так как $1 * \varphi = 1$,то имеем $1 - g_1 - g_2 - g_3 = (1 - \chi_G) * \varphi.$ Функция $1 - \chi_G$ обращается в нуль на множестве $\bigcup_{k=1}^{3} (\pi_k^{\alpha})_{\varepsilon}$, а носитель φ принадлежит ε -окрестности нуля, поэтому $(1 - \chi_G) * \varphi$ обращается в нуль на множестве $\bigcup_{k=1}^{3} \pi_k^{\alpha}$,что доказывает утверждение (3). Из свойств свертки следует, что $Suppg_k \subset (G^k)_{\varepsilon} \subset (\pi_k^{\alpha})_{2\varepsilon} = \pi_k^{\alpha+1}$.

Пусть ψ произвольная функция из $\mathcal{D}^{\beta}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha}}$. Обозначая $\psi_k = g_k \cdot \psi$, будем иметь $Supp\psi_k \subset Suppg_k \subset \pi_k^{\alpha+1}$. Очевидно ψ_k -бесконечно дифференцируемая функция. Поэтому $\psi_k \in \mathcal{D}^{\beta}_{\pi_k^{\alpha+1}}$. Из (3) следует, что $\psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3$.

Лемма доказана.

Лемма 3.Для любых неравных индексов i, j, k принимающих значения 1, 2, 3 оператор умножения на h_i непрерывно действует:

а) из $\mathcal{S}_{\pi^\alpha}^{\beta,D+c\cdot a_i}$ в $\mathcal{S}_{\pi_i^D}^{\beta,D}$

б) из $\mathcal{S}_{\pi_j^\alpha}^{\beta,D+c\cdot a_i}$ в $\mathcal{S}_{(\pi_i\cap\pi_j)^\alpha}^{\beta,D}$

в) из $\mathcal{S}_{(\pi_j\cap\pi_k)^\alpha}^{\beta,D+c\cdot a_i}$ в $\mathcal{S}_{(\pi_i\cap\pi_j\cap\pi_k)^\alpha}^{\beta,D}$

Доказательство см. в [3].

Лемма 4. $\forall f \in \left(\mathcal{S}_F^{\beta,D}\right)_P^{'}$ и $\forall \psi \in \left[\mathcal{S}_F^{\beta,D+2\varepsilon}\right]^s$ где $\varepsilon > 0$-произвольное малое число $\left(f, h_0\psi\right) = 0$. Доказательство. (см.Бердимуратов [2])

Лемма 5. Для любого компакта $F \subset R^n$ и при любом $B > 0$, $\left(\mathcal{D}_F^{\beta,B}\right)^* \subset \mathcal{S}_{F_\varepsilon}^{\beta,D'}$, причем $\forall \varphi \in \mathcal{D}_F^{\beta,B}$ выполняется неравенство $\left\|\varphi^*\right\|_{m,F_\varepsilon}^{\beta,D'} \le c\cdot\left\|\varphi\right\|^{\beta,B}$,где $D' = \frac{\beta}{e}\left(2^{\nu+1}\cdot B\right)^{-\frac{1}{\beta}}$.

Доказательство. В силу предложение 5.см.[1](глава.V,§3,предл5,стр.279) вытекает прямое преобразование Фурье определяет оператор

*F: $\mathcal{D}_F^{\beta,B} \to \mathcal{S}_{R_D}^{\mathcal{J}_{F_\varepsilon}}$,где $D = \frac{\beta}{e}\left(2^{\nu}\cdot B\right)^{-\frac{1}{\beta}}$.

Покажем , что $\mathcal{S}_{R_D}^{\mathcal{J}_F} \subset \mathcal{S}_F^{\beta,D'}$, где $D' = 2^{-\frac{1}{\beta}}\cdot D$.

$\forall f(z) \in \mathcal{S}_{R_D}^{\mathcal{J}_F}$ в силу неравенства Коши $\left|D^j f(z)\right| \le c_j \max\limits_{\substack{|w_i - z_i|\le 1\\ i=1,n}} \left|f(w)\right|$.

имеем $\left|D^j f(z)\right| \le c_j \max\limits_{\substack{|w_i - z_i|\le 1\\ i=1,n}} \left\|f\right\|_{R_D}^{\mathcal{J}_F}\cdot R_D(w)\mathcal{J}_F(y')$ где $y' = JmW$.

При $\left|y_i' - y_i\right| \le 1$, $i = \overline{i,n}$ будем иметь $\mathcal{J}_F(y') = \sup\limits_{\xi\in F}\exp(\xi, y') \le \sup\limits_{\xi\in F}\exp(\xi, y)\exp(\xi,(y'-y)) \le c\cdot\mathcal{J}_F(y)$.

Далее имеем $\left|z\right|^{\frac{1}{\beta}} \le (\left|w\right| + \left|z-w\right|^{\frac{1}{\beta}}) \le 2^{\frac{1}{\beta}}(\left|w\right|^{\frac{1}{\beta}} + \left|z-w\right|^{\frac{1}{\beta}})$, откуда $-\left|w\right|^{\frac{1}{\beta}} \le -2^{-\frac{1}{\beta}}\left|z\right|^{\frac{1}{\beta}} + \left|z-w\right|^{\frac{1}{\beta}}$

и, следовательно, при$\left|w_i - z_i\right| \le 1$, $i = \overline{i,n}$,

$\exp(-D\left|w\right|^{\frac{1}{\beta}}) \le c\cdot\exp\left(-D\cdot 2^{-\frac{1}{\beta}}\left|z\right|^{\frac{1}{\beta}}\right)$ то есть $R_D\left(w\right) \le c\cdot R_{D'}(z)$. Для любого j и при любом z получим $\left|D^j f(z)\right| \le c\cdot c_j\left\|f\right\|_{R_D}^{\mathcal{J}_F}\cdot R_{D'}(z)\mathcal{J}_F(y)$ откуда $\sup\limits_z \frac{\left|D^j f(z)\right|}{R_{D'}(z)\mathcal{J}_F(y)} \le c_j'\left\|f\right\|_{R_D}^{\mathcal{J}_F}$ и следовательно ,$\left\|f\right\|_{m,F}^{\beta,D'} \le \max\limits_{|j|\le m}\sup\limits_z \frac{\left|D^j f(z)\right|}{R_{D'}(z)\mathcal{J}_F(y)} \le c_m\left\|f\right\|_{R_D}^{\mathcal{J}_F}$, то есть $\mathcal{S}_{R_D}^{\mathcal{J}_F} \subset \mathcal{S}_F^{\beta,D'}$.

Из выше изложенного следует непрерывность операторов вложения

$\left(\mathcal{D}_F^{\beta,B}\right)^* \to \mathcal{S}_{R_D}^{\mathcal{J}_{F_\varepsilon}} \to \mathcal{S}_{F_\varepsilon}^{\beta,D'}$ и ,следовательно,$\left\|\varphi^*\right\|_{m,F_\varepsilon}^{\beta,D'} \le c\cdot\left\|\varphi\right\|^{\beta,B}$.

Следствие. $\left(\mathcal{D}_F^{\beta}\right)^{*} \subset \mathcal{S}_{F_\varepsilon}^{\beta}$, где $\mathcal{S}_{F_\varepsilon}^{\beta} = \bigcap\limits_{D>0} \mathcal{S}_{F_\varepsilon}^{\beta,D'}$.

Доказательство. Следствие вытекает из того ,что, когда $B>0$, то $D' \to \infty$.

Теорема.Пусть $N' = \bigcup\limits_{k=1}^{3}\left\{z \in C^n; z_k = 0\right\}$, тогда существует число $h<1$, зависящее лишь от оператора P, такое, что для любого β, удовлетворяющего условию $\beta>1$ при $h \le 0$ и $1<\beta \le \dfrac{1}{h}$ при $h>0$ и любого $B>0$ и для любой окрестности L компакта $\bigcup\limits_{k=1}^{3}\pi_k$ существует окрестность L' параллелепипеда π такая, что всякую обобщенную функцию $u \in \left[\mathcal{U}_L^{\beta}\right]^s$,являющуюся решением (1) на L, можно продолжить функцией $\vartheta \in \left[\mathcal{U}_{L'}^{\beta}\right]^s$, являющуюся (1) на L' , и $\left\|\vartheta\right\|_{L'}^{\beta,B'} \le c \cdot \left\|u\right\|_{L}^{\beta,B}$

где константы B' и c не зависят от u. Число h ,участвующее в формулировке теоремы, зависит лишь от оператора P и находится с помощью вышеприведенной леммы1.

Доказательство. Пусть F и $F' \Supset F$ компакты в R^n, $h<1$ -число, определяемое леммой 1.

Пусть произвольная обобщенная функция $u \in \left[\mathcal{U}_L^{\beta}\right]^s$ при некотором целом α является решением системы (1) в классе $\mathcal{U}^{\beta}_{\left(\bigcup\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha}}$ тогда в силу вышеизложенного, обобщенная функция u принадлежит пространству $\left[\left(\mathcal{D}^{\beta,B}_{\left(\bigcup\limits_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha}}\right)'\right]^s$ при некотором положительном В. Применяя теоремы Паламодова, см.[1],(гл.VI,§ 4,теор.2) к функционалу u и к каждому из выпуклых компактов π_i^{α} по отдельности, мы получим три представления

$\left(\overline{u,\varphi}\right) = \sum\limits_{\lambda=0}^{\ell} d^{\lambda}\left(z, D_z\right)\varphi^{*}\mu^{\lambda,i}, \forall \varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta,B_1}_{\pi_i^{\alpha-1}}\right]^s$, $i=1,2,3$, причем векторные меры $\mu^{\lambda,i} = (\mu_1^{\lambda,i},...,\mu_{e_\lambda}^{\lambda,i})$ таковы, что

$\sum\limits_{\lambda=0}^{\ell}\int\limits_{N^{\lambda}} \exp(-\frac{\beta}{e}(\frac{|z|}{B_1})^{\frac{1}{\beta}}) \cdot \mathcal{J}_{\pi_i^{\alpha-1}}\left(y\right)\left|\mu^{\lambda,i}\right| \le c_1' \left\|u\right\|_{\pi_i^{\alpha}}^{\beta,B}$, $i=1,2,3$ где B_1 не зависит от u и α .

Введем обобщенные функции $\overset{i}{\mu} = \mu^i - \sum\limits_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}_s}\right)^{*}\lambda_s^i$.

Очевидно, что $\overset{i}{\mu} \in \left(\mathcal{S}^{\beta,D_2}_{\pi_i^{\alpha-4}}\right)'_p$. Учитывая определения функционалов $\chi^{1,2}$ и то, что $\chi_{t,s} = -\chi_{s,t}$ покажем, на функциях пространства $\left[\mathcal{S}^{\beta,D_2+2\varepsilon}_{(\pi_1 \cap \pi_2)^{\alpha-4}}\right]^s$, $\overset{1}{\mu} = \overset{2}{\mu}$. Действительно:

$$\mu^1-\mu^2=\left(\mu^1-\mu^2\right)-\sum_{s=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\left(\lambda_s^1-\lambda_s^2\right)=\chi^{1,2}-\sum_{s=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\chi_s^{1,2}=$$

$$=\chi^{1,2}-\sum_{s=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\left(\chi_s^{1,2}-\sum_{t=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_t}}\right)^*\overline{h_3}\chi_{s,t}\right)=\chi^{1,2}-\sum_{s=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\chi_s^{1,2}+\sum_{s=1}^{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{zt}}\right)^*\overline{h_3}\chi_{s,t}=0$$

Аналогично показывается , что $\mu^i=\mu^j$ на пространстве $\left[\mathcal{S}^{\beta,D_2+2\varepsilon}_{\left(\pi_i\cap\pi_j\right)^{\alpha-4}}\right]^s$.

В силу следствия леммы 5. $\left(\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right)^*\subset\mathcal{S}^{\beta}_{\pi^{\alpha-4}}$ поэтому при любом $\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^s$ функция $\varphi^*\in\left[\mathcal{S}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^s$.Учитывая ,что $\forall\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^s$ построим функционал $\left(\overline{\vartheta,\varphi}\right)=\left(\mu,\varphi^*\right)$.

Далее ,учитывая также ,что $\mu\in\left(\mathcal{S}^{\beta,D_3}_{\pi^{\alpha-4}}\right)'_p$ покажем, что $\vartheta\in\left[\mathcal{U}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^s$.

В силу неравенства леммы 5. $\forall\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^s$ имеем $\left|\left(\overline{\vartheta,\varphi}\right)\right|=\left|\left(\mu,\varphi^*\right)\right|\le\left\|\mu\right\|^{\beta,D_3}_{m_3,\pi^{\alpha-4}}\left\|\varphi^*\right\|^{\beta,D_3}_{m_3,\pi^{\alpha-4}}\le c_{14}\left\|u\right\|^{\beta,B}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)}\left\|\varphi\right\|^{\beta,B'}$ где $B'=\left(\tfrac{\beta}{eD_3}\right)^{\beta}2^{-(\nu+1)}$. Отсюда вытекает, что $\vartheta\in\left[\left(\mathcal{D}^{\beta,B'}_{\pi^{\alpha-5}}\right)\right]^s$ и $\left\|\boldsymbol{\vartheta}\right\|^{\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{B}'}_{\boldsymbol{\pi}^{\alpha-5}}\le\boldsymbol{c}_{14}\left\|\boldsymbol{u}\right\|^{\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{B}}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)}$

где константы B' и c_{14} не зависят от функционала u .

Докажем, что функция ϑ является решением системы (1) в окрестности параллелепипеда π. Так как $\mu\in\left(\mathcal{S}^{\beta,D_3}_{\pi^{\alpha-4}}\right)'_p$, то $\forall\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi^{\alpha-5}}\right]^t$ имеем: $\left(\overline{P(D)\vartheta,\varphi}\right)=\left(\overline{\vartheta,P^*(D)\varphi}\right)=\left(\mu,(P^*(D)\varphi)^*\right)=\left(\mu,p'\varphi^*\right)=0$.

Покажем, что $\forall\psi\in\left[\mathcal{S}^{\beta,D_3+2\varepsilon}_{\pi_i^{\alpha-4}}\right]^s$ имеет место равенство $\left(\mu,\psi\right)=\left(\mu^i,\psi\right)$, $i=1,2,3$. На основании леммы4. на функциях указанного пространства $\left(\mu^i,h_0\psi\right)=0$. Учитывая это, и лемму 3. и то , что $\mu^i=\mu^j$ на функциях пространства $\left[\mathcal{S}^{\beta,D_2+2\varepsilon}_{\left(\pi_i\cap\pi_j\right)^{\alpha-4}}\right]^s$, $\forall\psi\in\left[\mathcal{S}^{\beta,D_3+2\varepsilon}_{\pi_i^{\alpha-4}}\right]^s$, $\left(\mu,\psi\right)=\sum_{j=1}^{3}(\mu^j,h_j\psi)=\left(\mu^i,\sum_{j=1}^{3}h_i\psi\right)=\left(\mu^i,(h_0+h_1+h_2+h_3)\psi\right)=\left(\mu^i,\psi\right)=0$, $i=1,2,3$. Теперь покажем, что обобщенные функции совпадают на компакте $\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-6}$. Для любого $\varphi\in\left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-5}}\right]^s$ будем иметь

$$\left(\overline{\vartheta,\varphi}\right)=\left(\mu,\varphi^*\right)=\left(\mu^i,\varphi^*\right)=\left(\mu^i,\varphi^*\right)-\left(\sum_{s=1}^{n}\left(\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\right)^*\lambda_s^i,\varphi^*\right)=\left(\mu^i,\varphi^*\right)-\sum_{s=1}^{n}\left(\lambda_s^i,\tfrac{\partial}{\partial \overline{z_s}}\cdot\varphi^*\right)=$$

$$=\left(\mu^i,\varphi^*\right)=\left(\overline{u,\varphi}\right).$$

На основании леммы 2. $\forall \varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-6}} \right]^s$ имеем : $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ где $\forall \varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\pi_i^{\alpha-5}} \right]^s$, $i = 1, 2, 3$.

Поэтому $\forall \varphi \in \left[\mathcal{D}^{\beta}_{\left(\bigcup_{k=1}^{3}\pi_k\right)^{\alpha-6}} \right]^s$ имеем: $\left(\overline{\vartheta, \varphi}\right) = \sum_{i=1}^{3}\left(\overline{\vartheta, \varphi_i}\right) = \sum_{i=1}^{3}\left(\overline{u, \varphi_i}\right) = \left(\overline{u, \varphi}\right)$.

Теорема доказана.

Заключение

Получено условие на характеристическое множество дифференциального оператора обеспечивающее продолжаемости обобщенных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Паламодов В.П, Линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, -М,физматгиз,1967.488с.
2. Бердимуратов А.М, Метод экспоненциального представления Паламодова и его приложение к некоторым аналогам классических задач в пространствах обобщенных функций. Бишкек ,2017г,134с.
3. Бердимуратов А.М.О единственности обобщенных решений систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика.2021. №1.С.24-33.DOI: 10.18101/2304-5728-2021-1-24-33.
4. Бердимуратов А.М, Теория разрешимости задачи Коши-Паламодова в пространствах обобщенных функций // Тезисы докладов традиционная международная апрельская конференция , г.Алматы,5-8 апреля 2021.стр20.
5. Теорема существования продолжения решений для систем
дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. // Тезисы докладов традиционная международная апрельская конференция. (г.Алматы,6-8 апреля 2022.стр69-70)
6. Бердимуратов А.М. Разрешимость задачи Коши-Паламодова в классе обобщенных функций бесконечного порядка // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1.Естественные науки. 2021.№ 4.
С.61-67. DOI: 10.21779/2542-0321-2021-36-4-61–67.
7. О единственности задачи Коши-Паламодова в классах обобщенных функций бесконечного порядка. // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1.Естественные науки, №1,2022.DOI: 10.21779/2542-0321-2022-37-1-46–50
8. Хермандер Л.,Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными.,том1. Теория распределений и анализ Фурье. М.: Мир, 1986.462с.
9. Хермандер Л., Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными,том2. Дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами.М.: Мир, 1986. -456 с.
10. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции.вып.2. Пространства основных и обобщенных функций. М.:Физматгиз, 1958.309с.