УДК 517.928
DOI: https://doi.org/10.52754/16948645_2024_2(5)_23

СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕДЕ КЕЗДЕШҮҮЧҮ ОПТИМАЛДУУ БАШКАРУУНУН МАСЕЛЕСИ

Токторбаев Айбек Мамадалиевич, ф.-м.и.к., доцент
ain7@list.ru
Токтомуратова Жанара Эркинбаевна, окутуучу
erkinbaevnajanara@gmail.com
Ош мамлекеттик университети
Ош, Кыргызстан

Аннотация. *Макалада тез аракеттенүүчү маселе каралган. Ал маселе баштапкы чекитти чекебелинде козголууга ээ болот. Бул учурда интегралды айкын түрдө туюндурууга мүмкүн болот. Мына ошол себептүү интеграл астындагы туюнтма бир калыптагы асимптотикалык катарга ажырайт. Ал ажыроону алууда келишилген ажыралмалар усулун колдонобуз. Системанын тартиби экинчи даража менен чектелет.*

Ачкыч сөздөр: *козголуу, кичине параметр, дифференциалдык теңдеме, чечим, баштапкы чекит, оптималдуу башкаруу.*

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВСТЕРЕЧАЮЩИХСЯ В СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ

Токторбаев Айбек Мамадалиевич, к.ф.-м.н., доцент
ain7@list.ru
Токтомуратова Жанара Эркинбаевна, преподаватель
erkinbaevnajanara@gmail.com
Ошский государственный университет
Ош, Кыргызстан

Аннотация. *В статье рассматривается проблема быстрых действий. У этой проблемы будет отправная точка. В этом случае можно наглядно выразить интеграл. Поэтому выражение под интегралом распадается в равномерный асимптотический ряд. Для получения этого разложения воспользуемся методом согласованных разложений. Порядок системы ограничен второй степенью.*

Ачкыч сөздөр: *возбуждение, малый параметр, дифференциальное уравнение, решение, отправная точка, оптимальное управление.*

OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR SINGULARLY PERTURBED DIFFERENTIAL EQUATIONS

Toktorbaev Aybek Mamadalievich, Candidate of Ph. & Math. Sc., docent
ain7@list.ru
Toktomuratova Zhanara Erkinbaevna, teacher
erkinbaevnajanara@gmail.com
Osh State University
Osh, Kyrgyzstan

Abstract. *The article considers the problem of fast actions. This problem will have a starting point. In this case, the integral can be clearly expressed. Therefore, the expression under the integral decomposes into a uniform asymptotic series. To obtain this expansion, we will use the method of consistent expansions. The order of the system is limited to the second degree.*
Keywords: *excitation, small parameter, differential equation, solution, starting point, optimal control.*

Киришүү.

Ар түрдүү маселелерде кездешүүчү кичинекей козголууларды изилдөө актуалдуу болуп саналат. Жумушта баштапкы чекитте козголууга ээ болуучу маселе каралат. Кичине козголуунун тиби пределдик маселени жана изилдөөнүн негизги максаттарын аныктайт.

Маселенин коюлушу. Сызыктуу тез кыймылдагы оптималдуу башкаруунун маселесин карайлы.

$$x'(t)=Ax(t)+Bu(t),\quad x\in R^n,\ u\in R^m \tag{1}$$

$$x|t_0)=x_0, \tag{2}$$

$$\|u(t)\|<1, \tag{3}$$

$$x(v)=0,\ \ (v-t_0)\to\min. \tag{4}$$

Мында (1) система башкарылуучу, ал эми (1)-(4) маселеси чечилүүчү жана

$$rank(B)=m\in[2,n-1]. \tag{5}$$

Кээ бир x_0 маанилери үчүн үзүлүшкө ээ болуучу $u(t)$ башкаруусу (3) көрүнүштөгү чектелеши менен үзгүлтүксүз болот.

Системанын толук башкарылуусу

$$rank(B,AB,A^2B,...,A^{n-1}B)=n, \tag{6}$$

шартына эквиваленттүү болот.

Ошону менен бирге (3) көрүнүштөгү оптималдуу башкаруунун чектөөсү үчүн Понтрегиндин прицип максимуму зарыл жана жетиштүү шарт болуп эсептелет.

Түйүндөш система

$$\psi'=-A^*\psi,$$

мына ошондуктан

$$\psi=\exp(-A^*t)\cdot l_0.$$

Максимум принциби боюнча $u(t)$ оптималдуу башкаруу

$$(\psi(t),Bu(t))=\max_{\|v\|<1}(\psi(t),Bv)=\left\|B^*\exp(-A^*t)l_0\right\|$$

барабардыгын канааттандыруусу керек.

Мындай t -лар үчүн $B^*\exp(-A^*t)l_0\neq 0$ болгондо $u(t)$ оптималдуу башкаруусу

$$u(t)=\frac{B^*\exp(-A^*t)l_0}{\left\|B^*\exp(-A^*t)l_0\right\|}, \tag{7}$$

$$0 = x(v_0) = \exp(A / v_0 - t_0)\int_{t_0}^{v_0} \frac{\exp(-A(t-t_0))B \cdot B\exp(-A^*t)l_0}{\left\|B^*\exp(-A^*t)l_0\right\|}dt +$$

$$+\exp(A(v_0 - t_0))x_0 \tag{8}$$

мында $v_0 - t_0$ тез кыймылдын убакыттагы мааниси - (7) оптималдуу башкаруу жалгыз $\bar{t} \in (t_0, v_0)$ аралыгында үзүүлү чекитине ээ болот, x^0 жашайт. Мында

$$B^*\exp(-A^*\bar{t})l_0 = 0, \tag{9}$$

бул жерден

$$B^*A\exp(-A^*t)l_0 \neq 0, t \in [t_0, v_1],\ v_1 > v_0.$$

$$x'_\varepsilon(t) = Ax_\varepsilon(t) + Bu_\varepsilon,\ \left\|u_\varepsilon\right\| \leq 1. \tag{10}$$

$$x_\varepsilon(t_0) = x_0 + \varepsilon y,\ x_\varepsilon(v_\varepsilon) = 0,$$

$$v_0 - t_0 \to \min \tag{11}$$

система башкарылуучу болгондуктан (1)-(4) маселе чечилип, $\forall \varepsilon > 0$ үчүн (10)-(11) чечилүүчү болот.

$$u_\varepsilon(t) = \frac{B^*\exp(-A^*t)l(\varepsilon)}{\left\|B^*\exp(-A^*t)l(\varepsilon)\right\|}, \tag{12}$$

барабардыгынан l_0 ду $l(\varepsilon)$, v_0 ду $v_\varepsilon = v(\varepsilon)$ жана x_0 ду $x_0 + \varepsilon$ өзгөрүлмөлөрүн алмаштырсак

$$\overline{x_0} + \varepsilon\overline{y_0} = \int_{t_0}^{v(\varepsilon)} \frac{c(t)(l_0 + r(\varepsilon))}{(c(t)(l_0 + r(\varepsilon)), l_0 + r(\varepsilon))^{1/2}}dt \tag{13}$$

Мында

$$\overline{x_0} := -\exp(-At_0)x_0,\ \overline{y} := -\exp(-At_0)y,$$
$$r(\varepsilon) := l(\varepsilon) - l_0,\ c(t) := \exp(-At)BB^*\exp(-A^*l)$$

$$c(t) = Q - t(AQ + QA^*) + \frac{t^2}{2}(A^2Q + 2AQA^* + QA^{*2}) + O(t^2) \tag{13}$$

барабардыктын бир калыптагы асимтотикасы кичинекей r жана $\Delta v = v - v_0$ үчүн табалы. Анда

$$F(t,r) := c(t)(l_0 + r), (c(t)(l_0 + r), l_0 + r)^{-1/2}, r = \delta \cdot \rho, \left\|\rho\right\| = 1.$$

$F(t,r)$ -функциясын $\delta \to 0$ катарга ажыратып

$$F(t,\delta\rho) = c(t)(l_0 + \delta\rho)(c(t) + 2\delta b(t,\rho) + \delta^2 a(t,\rho))^{-1/2} =$$

$$= \frac{c(t)l_0}{c^{1/2}(t)} + \delta \frac{c(t)c(t)\rho - b(t,\rho)c(t)l_0}{c^{3/2}(t)} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\delta^n}{c^{n+1/2}(t)} F_n(t,\rho),$$

мында $F_n(t,\rho)$ ар бир компонентасы боюнча аналитикалык вектор фукция.

Эгерде t кичинекей болсо, анда $\tau := \frac{t}{\delta}$ ордуна коюусун жүргүзүп

$$F(\tau,\delta\rho) = F(\delta\tau,\delta\rho) = c(\delta\tau)(l_0 + \delta\rho)$$

$$(l_0^* c(\delta\tau)l_0 + 2\delta\rho^* c(\delta\tau)l_0 + \delta^2\rho^* c + (\delta\tau)\rho)^{-1}$$

ээ болобуз.

Изилдөөдө бөлүмдө турган δ маанисинде жана $\rho = 1$ учурунда изилдөө маанилүү. Катарга ажыратуу менен

$$l_0^* c(\delta\tau)l_0 + 2\delta\rho^* c(\delta\tau)l_0 + \delta^2\rho^* c(\delta\tau)\rho) = \delta^2 \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n(\tau,\rho)\delta^n\tau^n, \qquad (14)$$

мында

$$\rho_0(\tau,\rho) = \frac{\tau^2}{2} l_0^* C^{11}(0)l_0 + 2\tau\rho^* c^1(0)l_0 + \rho^* c(0)\rho.$$

жана бардык $F_n(\tau,\rho) - (\tau,\rho)$ боюнча экинчи даражадагы бир көп мүчө.

Корутунду. Баштапкы шартта козголуу болсо оптималдуу башкаруунун маселесинин асимптотикалык ажыралмасын тургузууга болот.

Адабияттар

1. Васильева А. Б. Асимптотические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравненийс малыми параметрами при старших производных. Журнал вычмслительной математики и математической физики .-М. 1963.
2. Парышева Ю. В. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач оптимального управления. Дисс. …канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. - Екатеринбург. 2012. - 9-92 с.
3. Токторбаев А. М. Оптималдуу башкаруунун сингулярдык козголгон маселелери Ош мамлекеттик университетинин жарчысы. математика. физика. Техника, Учредители: Ошский государственный университет eISSN: 1694-8645 Ош-2022-23-29с.