УДК 517.956.6
DOI: https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1(4)_35

О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ СМЕШАННО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ 4-ГО ПОРЯДКА С ЛИНИЕЙ СОПРЯЖЕНИЯ $x = 0$

Сатаров Арзымат Эминович, доцент
asatarov74@mail.ru
Ошский государственный университети
Ош, Кыргызстан

Аннотация. *Доказана теорема существования и единственности решения краевой задачи для уравнения смешанно-гиперболического типа с характеристической линией изменения типа $x = 0$. Методом понижения порядка уравнений, разрешимость краевой задачи сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода, относительно нормальной производной следа искомой функции на линии изменения типа уравнения. Использованием функции Грина получена соотношение между следа искомой функции и её нормальной производной. Понижением порядка уравнения и общих решений получена представление решение задачи для строго гиперболического уравнения 4-го порядка при $x<0$. Методом последовательных приближений для гиперболического уравнения 4-го порядка определена решение задачи при $x>0$.*

Ключевые слова: *краевые задачи, смешанно-гиперболический оператор, интегральные уравнения, функция Римана и Грина.*

ЖАБЫШТЫРУУ СЫЗЫГЫ $x = 0$ БОЛГОН 4-ТАРТИПТЕГИ АРАЛАШ-ГИПЕРБОЛАЛЫК ТЕҢДЕМЕ ҮЧҮН ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕЛЕР ЖӨНҮНДӨ

Сатаров Арзымат Эминович, доцент,
asatarov74@mail.ru
Ош мамлекеттик университети
Ош., Кыргызстан

Аннотация. *Теңдеме тибинин өзгөрүүсү $x = 0$ мүнөздүк сызыгы болгон 4-тартиптеги аралаш-гиперболалык теңдеме үчүн чек аралык маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы далилденген. Теңдеменин тартибин төмөндөтүү ыкмасын колдонуу аркылуу, чек аралык маселенин чечилиши, теңдеменин тибинин өзгөрүү сызыгында изделүүчү функциянын изинин нормалдык туундусуна карата экинчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесин чыгарууга алып келинет. Гриндин функциясын колдонуу менен изделүүчү функциянын изи жана анын нормалдуу туундусунун ортосундагы байланыш алынат. Теңдеменин тартибин төмөндөтүү жана жалпы чыгарылышын тургузуу менен $x<0$ болгондо 4-тартиптеги так гиперболалык теңдеме үчүн маселенин чечиминин көрүнүшү алынган. $x>0$ болгондо 4-тартиптеги гиперболалык теңдеме үчүн удаалаш жакындаштыруу ыкмасын менен маселенин чечими аныкталган.*

Ачкыч сөздөр: *чек аралык маселелер, аралаш-гиперболалык оператор, интегралдык теңдемелер, Риман жана Грин функциялары.*

ON BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A MIXED-HYPERBOLIC 4th ORDER EQUATION WITH A JOINT LINE $x = 0$

Satarov Arzymat Eminovich, assistant professor
asatarov74@mail.ru
Osh State University
Osh, Kyrgyzstan

Annotation: *The existence and uniqueness theorem for the solution of a boundary value problem for an equation of mixed-hyperbolic type with a characteristic line x = 0 of type change is proved. By the method of lowering the order of equations, the solvability of the boundary value problem is reduced to solving the Fredholm integral equation of the second kind, with respect to the normal derivative of the trace of the desired function on the line of change in the type of equation. Using the Green's function, we obtain the relation between the trace of the desired function and its normal derivative. By lowering the order of the equation and general solutions, we obtain a representation of the solution of the problem for a strictly hyperbolic equation of the 4th order for* $x<0$. *Using the method of successive approximations for a 4th order hyperbolic equation, the solution of the problem is determined for* $x>0$.

Keywords: *boundary value problems, mixed-hyperbolic operator, integral equations, Riemann and Green's function.*

В области D, ограниченная отрезками прямых AC: $x+y=0$, CB: $x-y=\ell$, BB_0: $x=\ell$, B_0A_0: $y=h$, A_0A: $x=0$ рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} u_{xxxy}+c(x,y)u, (x,y)\in D_1, \\ u_{xxxy}-u_{yyxy}, (x,y)\in D_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $c(x,y)$ – заданная функция, $D_1=D\cap(y>0)$, $D_2=D\cap(y<0)$.

В области D_1 уравнение (1) совпадает с уравнением

$$u_{xxxy}+c(x,y)u=0, \tag{2}$$

а в области D_2 - с уравнением

$$u_{xxxy}-u_{xyyy}=0. \tag{3}$$

По классификации, приведенной в [1], уравнение (2) является простейшим представителем канонического вида гиперболического уравнения с 3-х кратными характеристиками $y=const$ и 1-кратными характеристиками $x=const$, а уравнение (3) является представителем канонического вида строго гиперболического уравнения, так как все его характеристики действительны и различны: $x+y=const$. $x-y=const$, $x=const$, $y=const$. Отсюда следует, что тип уравнения (1) при переходе через линии $y=0$ меняется.

Отметим также, что линия $y=0$ является характеристикой одновременно как для уравнения (2), так и для уравнения (3). Поэтому уравнение (1) является смешанно-гиперболическим уравнением с характеристической линией изменения типа. Различные краевые задачи для уравнений (2) и (3) изучены в работах [1, 2, 3, 4]. Краевые задачи для уравнения 4-го порядка параболо-гиперболического уравнения на плоскости изучены в работах [5, 6]. Нелокальные краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве рассмотрены в работах [7, 8].

Задача 1. *Найти функцию* $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap[C^{3+1}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)\cup C^{1+3}(D_2)]$, *удовлетворяющую в области* $D\setminus(y=0)$ *уравнению (1) и условиям:*

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u(\ell,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h, \tag{4}$$

$$u_x(0,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le h, \tag{5}$$

$$u(x,y)\big|_{AC}=\psi_1(x),\ 0\le x\le\frac{\ell}{2}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC} = \psi_2(x), \ \ 0 \le x \le \ell, \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial n^2}\Big|_{AC} = \psi_3(x), \ \ 0 \le x \le \ell, \tag{8}$$

$$u(x,-0) = \alpha(x) u(x,+0) + \delta(x), 0 \le x \le \ell, \tag{9}$$

$$u_y(x,-0) = \beta(x) u_y(x,+0) + \delta(x), 0 \le x \le \ell, \tag{10}$$

причем

$$\begin{aligned} & c(x,y) \in C(\bar{D}_1), \varphi_i(y) \in C^1[0,h] \ (i=\overline{1,3}), \psi_1(x) \in C^4[0,\tfrac{\ell}{2}], \\ & \psi_2(x) \in C^4[0,\ell], \psi_3(x) \in C^3[0,\ell], \alpha(x), \beta(x) \in C^1[0,\ell], \\ & \gamma(x), \delta(x) \in C[0,\ell]. \end{aligned} \tag{11}$$

$$\forall \ x \in [0,\ell] : \alpha(x)\beta(x) \ne 0. \tag{12}$$

Из постановки задачи 1 следует, что функция $u(x,y)$ и ее первая производная $u_y(x,y)$ терпят разрывы первого рода при переходе через линию сопряжения $y=0$. Поэтому введем обозначение:

$$u(x,+0) = \tau_1(x), u(x,-0) = \tau_2(x), u_y(x,+0) = \nu_1(x), u_y(x,-0) = \nu_2(x), 0 \le x \le \ell. \tag{13}$$

Тогда из условия (9), (10) имеем

$$\tau_2(x) = \alpha(x)\tau_1(x) + \gamma(x), 0 \le x \le \ell, \tag{14}$$

$$\nu_2(x) = \beta(x)\nu_1(x) + \delta(x), 0 \le x \le \ell. \tag{15}$$

Рассмотрим следующие вспомогательные задачи.

Задача 2. *Найти функцию* $u(x,y) \in C(\bar{D}_2) \cap C^{3+1}(D_2) \cap C^{1+3}(D_2)$, *удовлетворяющую в области* D_2 *уравнению (3) и условиям (6), (7), (8) и* $u(x,-0) = \tau_2(x), \ 0 \le x \le \ell$.

Задача 3. *Найти функцию* $u(x,y) \in C(\bar{D}_1) \cap C^{3+1}(D_1)$, *удовлетворяющую в области* D_1 *уравнению (2) и условиям (4), (5) и* $u(x,+0) = \tau_1(x), \ 0 \le x \le \ell$.

Сначала рассмотрим задачу 2. Дважды интегрируя уравнение (3), имеем:

$$u_{xx} - u_{yy} = \omega_1(x) + \omega_2(y), \tag{16}$$

где $\omega_1(x) \in C^1[0,\ell], \omega_2(y) \in C^1[-\ell,0]$ – произвольные неизвестные функции.

Общее решения уравнение (16) представляется в следующем виде:

$$u(x,y) = f_1(x+y) + f_2(x-y) + \frac{1}{4}\int_0^{x+y} d\xi \int_\ell^{x-y} \left[\omega_1\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right) + \omega_2\left(\frac{\xi-\eta}{2}\right)\right] d\eta, \tag{17}$$

где $f_1(x+y), f_2(x-y)$ – произвольные четырежды дифференцируемые функции. Нетрудно заметить, что условие (7) равносильно условию:

$$u_x(x,-x) + u_y(x,-x) = \sqrt{2}\psi_2(x), \ 0 \le x \le \ell. \tag{18}$$

Из (17) и (18) придем к соотношению:

$$2 f_1(0) + \frac{1}{2}\int_\ell^{2x} \left[\omega_1\left(\frac{\eta}{2}\right) + \omega_2\left(-\frac{\eta}{2}\right)\right] d\eta = \sqrt{2}\psi_2(x), \ 0 \le x \le \ell$$

и дифференцируя ее, имеем:

$$\omega_1(x)+\omega_2(-x)=\sqrt{2}\psi_2'(x),\ 0\le x\le \ell. \tag{19}$$

Из условия (8), получим:

$$u_{xx}(x,-x)+2u_{xy}(x,-x)+u_{yy}(x,-x)=2\psi_3(x),\ 0\le x\le \ell.$$

Как и выше, из (17) имеем:

$$4f_1''(0)+\frac{1}{2}\int\limits_{\ell}^{2x}\left[\omega_1'\left(\frac{\eta}{2}\right)+\omega_2'\left(-\frac{\eta}{2}\right)\right]d\eta=2\psi_3(x),\ 0\le x\le \ell.$$

Дифференцируя также, получим следующее соотношение:

$$\omega_1'(x)+\omega_2'(-x)=2\psi_3'(x),\ \ 0\le x\le \ell. \tag{20}$$

Дифференцируя (17), и с учетом (18) находим:

$$\omega_1'(x)=\psi_3'(x)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2''(x),\ 0\le x\le \ell. \tag{21}$$

Нетрудно найти и

$$\omega_2'(-x)=\psi_3'(x)-\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2''(x),\ 0\le x\le \ell. \tag{22}$$

При $x=-y$ имеем:

$$\omega_2(y)=\omega_2(0)-\psi_3(-y)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(-y)+\psi_3(0)-\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(0),-\ell\le y\le 0. \tag{23}$$

Из (21) найдем:

$$\omega_1(x)=\omega_1(0)+\psi_3(x)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(x)-\psi_3(0)-\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(0),\ 0\le x\le \ell, \tag{24}$$

Тогда из (23) и (24) имеем

$$\omega_1(x)+\omega_2(y)=\omega_1(0)+\omega_2(0)+\psi_3(x)-\psi_3(-y)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(x)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(-y)-\sqrt{2}\psi_2'(0).$$

Отсюда, учитывая (19), найдем:

$$\omega_1(x)+\omega_2(y)=\psi_3(x)-\psi_3(-y)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(x)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'(-y). \tag{25}$$

Таким образом, решение задачи 2, удовлетворяющее условиям (7), (8) имеет вид:

$$u(x,y)=f_1(x+y)+f_2(x-y)+\Omega(x,y), \tag{26}$$

где

$$\Omega(x,y)=\frac{1}{4}\int\limits_0^{x+y}d\xi\int\limits_{\ell}^{x-y}\left[\psi_3\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)-\psi_3\left(-\frac{\xi-\eta}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2'\left(-\frac{\xi-\eta}{2}\right)\right]d\eta$$

– известная функция. Используя условия (6) из (25) получим:

$$f_2(x)=\psi_1\left(\frac{x}{2}\right)-\Omega\left(\frac{x}{2},-\frac{x}{2}\right)-f_1(0). \tag{27}$$

Из (25) и (26) имеем:

$$u(x,y)=f_1(x+y)+\psi_1\left(\frac{x-y}{2}\right)-f_1(0)+\Omega_1(x,y), \tag{28}$$

где $\Omega_1(x,y)=\Omega(x,y)-\Omega\left(\frac{x-y}{2},-\frac{x-y}{2}\right)$.

Дифференцируем (28) по x и по y, затем возьмем разность полученных выражений и получим соотношение:

$$u_x(x,0)-u_y(x,0)=\Psi(x), \tag{29}$$

где $\Psi(x)=\psi_1'(\frac{x}{2})+\Omega_{1x}(x,0)-\Omega_{1y}(x,0)$. Отсюда, приходим к соотношению:

$$\tau_2'(x)-\nu_2(x)=\Psi(x). \tag{30}$$

Дифференцируя соотношение (14), имеем

$$\tau_2'(x)=\alpha(x)\tau_1'(x)+\alpha'(x)\tau_1'(x)+\gamma'(x), 0\le x\le \ell. \tag{31}$$

Подставляя значения $\tau_2'(x)$ из (31), а значения $\nu_2(x)$ из (15) в (30), придем к соотношению

$$\tau_1'(x)+\alpha_1(x)\tau_1(x)=\beta_1(x)\nu_1(x)+\delta_1(x), 0\le x\le \ell, \tag{32}$$

где $\alpha_1(x)=\dfrac{\alpha'(x)}{\alpha(x)}, \beta_1(x)=\dfrac{\beta(x)}{\alpha(x)}, \delta_1(x)=\dfrac{\delta(x)-\gamma'(x)+\Psi(x)}{\alpha(x)}$.

К уравнению (32) присоединяем начальное условие

$$\tau_1(0)=\psi_1(0). \tag{33}$$

Рассмотрим однородное уравнение $\tau_1'(x)+\alpha_1(x)\tau_1(x)=0$, общее решение которого имеет вид $\tau_1(x)=C\,exp\left(-\alpha_1(x)\right)$. Частное решение уравнения этого уравнения ищем в виде $\tilde{\tau}_1(x)=C(x)exp\left(-\alpha_1(x)\right)$, где $C(x)$ – произвольная функция, подлежащая определению. Тогда, подставляя значения $\tilde{\tau}_1(x)$ и $\tilde{\tau}_1'(x)$ в (29), определим $C(x)$ в виде:

$$C(x)=\int_0^x \nu_1(\xi)\beta_1(\xi)exp\left(\alpha_1(\xi)\right)d\xi+\int_0^x \delta_1(\xi)exp\left(\alpha_1(\xi)\right)d\xi.$$

Следовательно, частное решение имеет вид

$$\tilde{\tau}_1(x)=\int_0^x \nu_1(\xi)\beta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}d\xi+\int_0^x \delta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}d\xi.$$

Таким образом общее решение уравнения (29) имеет вид

$$\begin{gathered}\tau_1(x)=C\,exp\left(-\alpha_1(x)\right)+\int_0^x \nu_1(\xi)\beta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}dt+\\ +\int_0^x \delta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}d\xi.\end{gathered} \tag{34}$$

С учетом начального условия (33), из (34) получим соотношение между $\tau_1(x)$ и $\nu_1(x)$ в виде

$$\tau_1(x)=g(x)+\int_0^x N(x,\xi)\nu_1(\xi)d\xi, \tag{35}$$

где $N(x,\xi)=\beta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}$,

$$g(x)=\psi_1(0)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(0)\right]\right\}+\int_0^x \delta_1(\xi)exp\left\{-\left[\alpha_1(x)-\alpha_1(\xi)\right]\right\}d\xi.$$

Из уравнения (2) переходя к пределу при $y\to +0$ имеем следующее соотношение:

$$v_1'''(x) = -c(x,0)\tau_1(x), \tag{36}$$

Исключая $\tau_1(x)$ из (35) и (36), имеем интегро-дифференциальное уравнение относительно $v_1(x)$:

$$v_1'''(x) = g_1(x) + \int_0^x N_1(x,\xi)v_1(\xi)d\xi, \tag{37}$$

где $g_1(x) = -c(x,0)g(x),\ N_1(x,\xi) = -c(x,0)N(x,\xi)$

Для решения уравнения (37), воспользуемся краевыми условиями:

$$v_1(0) = \varphi_1'(0),\ v_1(\ell) = \varphi_2'(0),\ v_1'(0) = \varphi_3'(0). \tag{38}$$

Введем новую функцию

$$v_1(x) = v(x) + z(x), \tag{39}$$

где $z(x) = (1 - \frac{x^2}{\ell^2})\varphi_1'(0) + \frac{x^2}{\ell^2}\varphi_2'(0) + (x - \frac{x^2}{\ell})\varphi_3'(0)$. Тогда из (37) и (38) получим интегро-дифференциальное уравнение с однородными граничными условиями:

$$v'''(x) = g_2(x) + \int_0^x N_1(x,\xi)v(\xi)d\xi, \tag{40}$$

$$v(0) = 0, v(\ell) = 0, v'(0) = 0. \tag{41}$$

Так как, решение уравнения $v'''(x) = F(x)$, удовлетворяющее условиям (41), имеет вид

$$v(x) = \int_0^\ell G(x,\xi)F(\xi)d\xi,$$

где $G(x,\xi) = \begin{cases} \dfrac{(x-\xi)^2\ell^2 - (\ell-\xi)^2x^2}{2\ell^2}, 0 \le \xi \le x, \\ -\dfrac{(\ell-\xi)^2x^2}{2\ell^2}, x \le \xi \le \ell \end{cases}$ – функция Грина, то решение задачи (40), (41) эквивалентно решению интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода:

$$v(x) = f(x) + \int_0^\ell K(x,\xi)v(\xi)d\xi, \tag{42}$$

где $K(x,\xi) = \int_\xi^\ell G(x,t)N_1(t,\xi)dt,\ f(x) = \int_0^\ell G(x,\xi)g_2(\xi)d\xi.$

Если выполняется условие

$$\ell \cdot \max_{\substack{0\le x\le\ell \\ 0\le\xi\le\ell}} |K(x,\xi)| < 1, \tag{43}$$

то уравнение (42) имеет единственное решение представимое в виде:

$$\nu(x) = f(x) + \int_0^{\ell} R(x,\xi) f(\xi) d\xi\,, \tag{44}$$

где $R(x,\xi)$ – резольвента ядра $K(x,\xi)$.

Подставляя найденное значение $\nu(x)$ в (39) определим $\nu_1(x)$, а из (35) – $\tau_1(x)$. Из условия склеивания (14) и (15) определим $\tau_2(x)$ и $\nu_2(x)$ соответственно.

После определения $\tau_2(x)$, из (28) найдем

$f_1(x) = \tau_2(x) - \psi_1(\frac{x}{2}) + f_1(0) - \Omega_1(x,0).$ Тогда решение задачи 2 в области D_2 представимо в виде:

$$u(x,y) = \tau_2(x+y) - \psi_1(\frac{x+y}{2}) + \psi_1(\frac{x-y}{2}) - \Omega_1(x,0) + \Omega_1(x,y).$$

Теперь рассмотрим задачу 3. Из уравнения (2) последовательно интегрируя, сначала по y, потом дважды по x, получим:

$$u(x,y) = \Phi_1(x,y) + \frac{1}{2}u_{xx}(0,y)x^2 - \frac{1}{2}\int_0^x d\xi \int_0^y (x-\xi)^2 c(\xi,\eta) u(\xi,\eta) d\eta, \tag{45}$$

где $\Phi_1(x,y) = \varphi_1(y) + \varphi_3(y)x + \tau_1(x) - \varphi_1(0) - \varphi_3(0)x - \frac{1}{2}\tau_1''(0)x^2$.

Из (45), при $x = \ell$ получим:

$$\frac{1}{2}u_{xx}(0,y) = \frac{1}{\ell^2}\varphi_2(y) - \frac{1}{\ell^2}\Phi_1(\ell,y) + \frac{1}{\ell^2}\int_0^{\ell} d\xi \int_0^y (\ell-\xi)^2 c(\xi,\eta) u(\xi,\eta) d\eta.$$

Обратно подставляя это значение в (45), получим уравнение:

$$\begin{aligned} u(x,y) = \Phi(x,y) + \frac{x^2}{2\ell^2}\int_0^{\ell} d\xi \int_0^y (\ell-\xi)^2 c(\xi,\eta) u(\xi,\eta) d\eta - \\ - \frac{1}{2}\int_0^x d\xi \int_0^y (x-\xi)^2 c(\xi,\eta) u(\xi,\eta) d\eta, \end{aligned} \tag{46}$$

где $\Phi(x,y) = \Phi_1(x,y) + \frac{x^2}{\ell^2}\varphi_2(y) - \frac{x^2}{\ell^2}\Phi_1(\ell,y)$.

Решение уравнения (46) построим методом последовательных приближений. Положим

$$u_0(x,y) = \Phi(x,y),$$

$$u_1(x,y) = \frac{x^2}{2\ell^2}\int_0^{\ell} d\xi \int_0^y (\ell-\xi)^2 c(\xi,\eta) u_0(\xi,\eta) d\eta -$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^x d\xi \int_0^y (x-\xi)^2 c(\xi,\eta) u_0(\xi,\eta) d\eta,$$

$$u_n(x,y)=\frac{x^2}{2\ell^2}\int_0^{\ell}d\xi\int_0^{y}(\ell-\xi)^2c(\xi,\eta)u_{n-1}(\xi,\eta)d\eta-$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^{x}d\xi\int_0^{y}(x-\xi)^2c(\xi,\eta)u_{n-1}(\xi,\eta)d\eta.$$

Пусть $\max\limits_{\substack{0\le x\le\ell\\0\le y\le h}}|\Phi(x,y)|=M$, $\max\limits_{\substack{0\le x\le\ell\\0\le y\le h}}|c(\xi,\eta)|=L$. Тогда $|u_1(x,y)|\le LN\frac{\ell^3}{3}y$.

Методом полной математической индукции доказано, что

$$|u_n(x,y)|\le M\,L^n\frac{\ell^{3n}}{3^n}\frac{y^n}{n!},\ n=1,2,\dots \tag{47}$$

Из оценок (47) следует, что ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty}u_n(x,y)$ равномерно сходится. Тогда $u(x,y)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}u_n(x,y)$ является единственным решением уравнения (46), удовлетворяющим условиям задачи 3.

Таким образом, доказана

Теорема 1. Если выполняются условия (11), (12) и (43), то решение задачи 1 существует и единственно.

Литература

1. Джураев, Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанного-составного типов. [Текст] / Т.Д. Джураев – Ташкент: Фан, 1979. – 240 с.
2. Джураев, Т.Д. Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа. [Текст] / Т.Д. Джураев, А. Сопуев, М. Мамажанов – Ташкент: Фан, 1986. – 220 с.
3. Сатаров, А.Э. Об одной краевой задаче для строго гиперболического уравнения четвертого порядка [Текст] / А.Э. Сатаров // Вестник ОшГУ. Сер. физ.-мат. наук, Ош, 2001. – №3. – С. 153-157.
4. Сатаров, А.Э. Задача сопряжения для уравнений в частных производных четвертого порядка [Текст] / А. Сопуев, А.Э. Сатаров // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Сер. мат., мех., инф. № 2 (53). – Алматы, 2007. – С. 39-48.
5. Абдумиталип уулу, К. Краевая задача для смешанного параболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с оператором колебания струны [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник Ошского государственного университета. – Том 3. – № 1. – Ош, 2021. – С. 10-18.
6. Абдумиталип уулу, К. Краевые задачи для уравнения четвертого порядка, содержащий параболо-гиперболический оператор [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник Ошского государственного университета. – № 1. – Ош, 2022. – С. 20-28.
7. Апаков Ю.П. О некоторых нелокальных задачах для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве // «Прямые и обратные краевые задачи математической физики». - Ташкент, Фан, 1987,-С. 80-95.
8. Апаков Ю.П., Хамитов А.А. О решения одной краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками в трехмерном пространстве // Научный вестник Наманганского государственного университета. – Наманган, 2020. - № 4. – С. 21-31.