

УДК 550.344

DOI: [https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1\(4\)_33](https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1(4)_33)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СЕЙСМОТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Сайипбекова Анара Мурадовна, д.ф.-м.н., профессор
asaiipbekova@oshsu.kg

Жылдызбек кызы Нурсыпат, преподаватель
njyldyzbekkyzy@oshsu.kg

Ошский государственный университет
Ош, Кыргызстан

Аннотация: В данной работе проанализированы математические основы сейсмотомографических моделей земной коры и верхней мантии Тянь-Шаня и прилегающих территорий. Для построения двумерных и трехмерных моделей в разные этапы исследований применены три известных программных пакетов, построенных в разные годы известными сейсмологами, это обеспечило достоверность полученных данных.

Ключевые слова: обратная кинематическая задача, двумерная инверсия, трехмерная инверсия, цифровые записи.

СЕЙСМОТОМОГРАФИЯЛЫК ИЗИЛДӨӨЛӨРДҮН МАТЕМАТИКАЛЫК НЕГИЗИ

Сайипбекова Анара Мурадовна, ф.-м. и. д., профессор
asaiipbekova@oshsu.kg

Жылдызбек кызы Нурсыпат, окутуучу
njyldyzbekkyzy@oshsu.kg

Ош мамлекеттик университети
Ош, Кыргызстан

Аннотация: Бул эмгекте Тянь-Шандын жана ага чектеш аймактардын жер кыртышынын жана жогорку мантиянын сейсмикалык томографиялык моделдеринин математикалык негиздери талданат. Изилдөөнүн ар кандай баскычтарында эки өлчөмдүү жана үч өлчөмдүү моделдерди куруу үчүн белгилүү сейсмологдор тарабынан ар кайсы жылдарда курулган үч белгилүү программалык пакеттер колдонулган, бул алынган маалыматтардын ишенимдүүлүгүн камсыз кылган.

Ачкыч сөздөр: тескери кинематикалык маселе, эки өлчөмдүү инверсия, үч өлчөмдүү инверсия, санариптик жазуулар.

MATHEMATICAL BASIS OF SEISMOTOMOGRAPHIC INVESTIGATIONS

Saiipbekova Anara Muradovna, Doctor of Ph. & Math. Sc., professor
asaiipbekova@oshsu.kg

Jyldyzbek kyzy Nyrsypat, teacher
njyldyzbekkyzy@oshsu.kg

Osh State University
Osh, Kyrgyzstan

Abstract: This paper analyzes the mathematical foundations of seismic tomographic models of the earth's crust and upper mantle of the Tien Shan and adjacent areas. To build two-dimensional and three-dimensional models at different stages of research, three well-known software packages were used, built in different years by well-known seismologists, this ensured the reliability of the data obtained.

Keywords: inverse kinematic problem, two-dimensional inversion, three-dimensional inversion, digital records.

Известно, что, физические параметры Земной коры и верхней мантии функциями трех переменных. В настоящее время наиболее эффективные алгоритмы получены в основном линеаризованных задач, поэтому на большое количество исследований и интерес к обратным задачам сейсмологии продолжает стимулироваться. Вторым немаловажным фактором, если раньше записи промышленных, военных взрывов и землетрясений были аналоговыми сейчас, почти все научные организации предпочитают цифровые записи.

Определения скорости распределения упругих волн по данным о времени их пробега с сейсмологии является задачей интегральной геометрии, которая состоит в восстановлении функции, заданной интегралами по некоторому семейству кривых. Если подойти строго по математике, общая задача интегральной геометрии – это восстановление функции на конечном линейном пространстве по множеству значений на заданном семействе вложенных в это пространство многообразий.

Обратная кинематическая задача сейсмологии является некорректно поставленной. Решения такой задачи может быть: а) неустойчивым, б) неединственным [1,2,3] Для выделения устойчивого и единственного решения приходится на решения системы уравнений накладывать дополнительные условия. На западе за работами, связанными с определением латерально – неоднородного строения среды по данным о временах пробега сейсмических волн, закрепилось название сейсмотомографией, а в пространстве СНГ обратной кинематической задачей сейсмологии.

Рассмотрим физико-математические аспекты решения задач лучевой сейсмотомографии для трехмерной среды. При решении обратной кинематической задачи сейсмологии скорость распространения волн, глубины слоев, размеры блоков, траектории лучей являются параметрами среды, часто неизвестными, подлежащими определению. В сейсмической томографии параметры среды определяют априорную модель, которая уточняется при известном времени вступления волн. Время пробега луча - T - функция скорости $V(x, y, z)$ и геометрии лучевой траектории. Обратная задача заключается в определении V по множеству измерений времени на поверхности Земли. Если взять как T - время пробега вдоль луча S ; $U(s) = l/V(s)$ – медленность вдоль луча, тогда время пробега волны:

$$T_i = \int_{S_i} \frac{ds}{v} = \int_{S_i} U(S) dS \quad (1)$$

как мы отметили, где $i = 1, \dots, N$; T - время пробега вдоль луча S ; $U(s)$ величина обратной скорости $U(s)$ - медленность

С математической точки зрения определение скорости распределения упругих волн по данным о времени их пробега является задачей интегральной геометрии, которая состоит в восстановлении функции, заданной интегралами по некоторому семейству кривых. Иными словами, в качестве наблюдаемого в неявном виде присутствует в определении лучевой траектории S_i . Другими словами, задача определения скорости $V(x)$ является нелинейной из-за сложной зависимости $U(s)$ от S . Общего решения задач типа (1) не существует. В предположении малости горизонтальных вариаций скорости рассматривается линеаризованная постановка задачи

$$T_{\text{наб}} - T_{\text{выч}} = dT = \int U(S) dS \quad (2)$$

где dT - невязка времени пробега, разность между наблюдаемым и вычисленным временем, соответствующим опорной модели.

Первое математическое доказательство о допустимости линеаризации дано в работе [4] для изотропной не слоистой среды с распределением скоростей, имеющим непрерывные вторые производные.

В работе автор [9] вывел линеаризованную формулу для слоистой анизотропной среды, он же проанализировал общий случай трехмерной анизотропной неоднородной слоистой среды. Он получил явные расчетные формулы для случая двух изотропных однородных полуплоскостей, разделенных жесткой прямолинейной границей. Этот случай был последовательно распространен на произвольное число границ, плавно меняющуюся среду, криволинейные жесткие границы, анизотропные среды между границами и трехмерную среду. В результате, такое полное математическое доказательство позволило сформулировать алгоритм линеаризации для томографической обратной задачи в случае сложных сред с криволинейными границами раздела. Фактически принцип линеаризации сформулирован формуле (2), где $U(s)$ - величина обратной скорости $V(x,y,z)$, а ds - элемент дуги луча. Допустим условием линеаризации будет $U(s) \ll U_0(z)$, здесь $U_0(z)$ априорно задано. В зависимости $U(S)$ от S в сейсмотомографии задача восстановления моделей по данным наблюдаемого сейсмического параметра решается способами, которые можно разбить на две большие группы: а) основанные на преобразовании Радона, б) алгебраической инверсии (b1-метод сингулярного разложения, b2- метод стохастического обращения).

Среди линеаризованных методов в своих исследованиях мы использовали три метода обращения со своими условиями на решения обратной кинематической задачи сейсмологии для объемных волн для того, чтобы понять насколько эффективно можно использовать для сейсмотомографических задач отдельные программные пакеты двумерной - трехмерной инверсии, соответственно для получения двумерно-трехмерных скоростных моделей литосферы Тянь-Шаня и прилегающих территорий. При решении обратной кинематической задачи сейсмологии скорость распространения волн, глубины слоев, размеры блоков, траектории лучей являются параметрами среды, часто неизвестными, подлежащими определению. Применяемые алгоритмы:

- Для определения двумерной скоростной модели литосферы (алгоритм и программа А. Сайипбековой, В. Павлунина);
- Для определения трехмерной скоростной коры (алгоритм и программа S. Roecker);
- Для определения трехмерной скоростной модели мантии (алгоритм и программа Ю.А.Бурмакова, А.В. Треусова);
- Для определения границы кора – мантия (почти все программы которые мы использовали).

Развития этих исследований в области сейсмологии отражены в области построения трехмерных скоростных моделей нижней части земной коры и верхней мантии широко известны работы [2,7, 9,]. С 1983 году первая трехмерная скоростная модель верхней мантии Тянь-Шаня построена в работах [6,7,8], а трехмерная модель земной коры Тянь-Шаня построены в работах [9,].

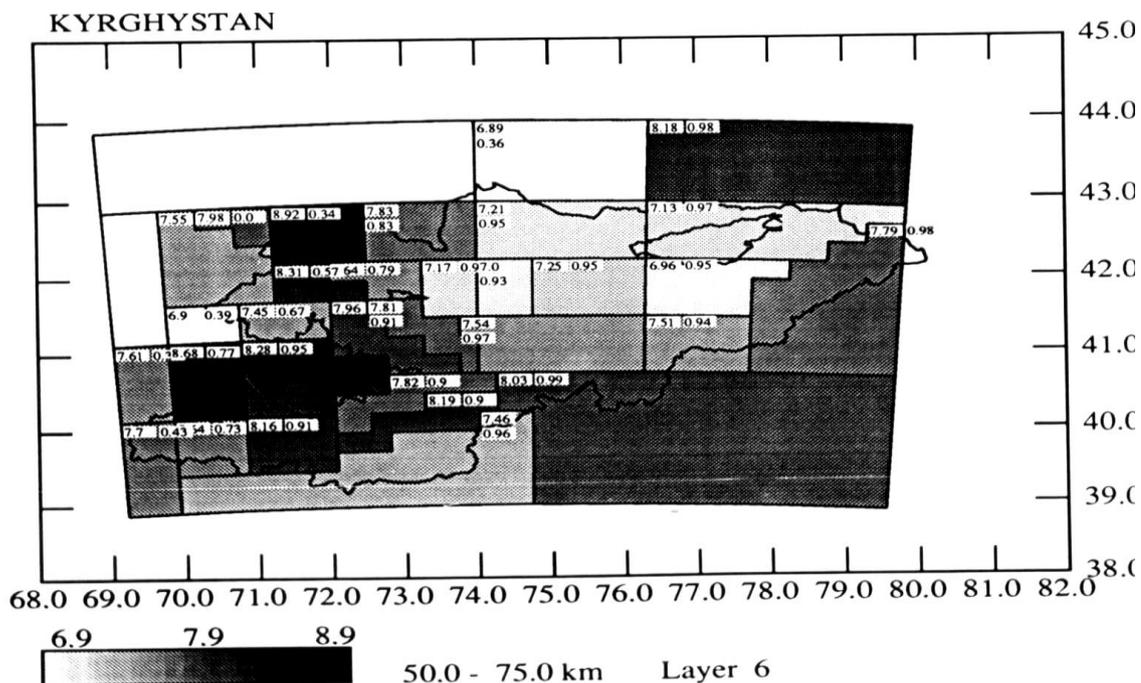


Рис.1. Скоростное поле в интервале глубин от 50 до 75 км, первая цифра V_p , вторая цифра разрешение.

В области прикладной сейсмологии профильных наблюдений известны работы [11]. Подробный обзор и анализ профильных и площадных исследований по лучевой сейсмической томографии представлен в работах [5,11,13].

При постановке задачи сейсмотомографических исследований изначально изучаемая часть литосферы разбивалась на прямоугольные блоки с постоянной скоростью или же скоростная функция раскладывалась по полиномам Лежандра (т.е. гармонически полиномиальный способ разложения). Когда мы имеем блоковую модель с постоянной скоростью не всегда удается точно установить разную скоростных областей, всегда будет элемент разглаживания. Когда мы используем гармонически –полиномиальный способ исследователи сталкиваются с проблемой неточной экстраполяции искомой функции в слабоизученных территориях (где сейсмическая сеть не густая или в телесеismicке неполный азимутальный охват, 0- 360 градусов). Мы видим недостатки всех этих двух методов. Томографическая задача для двумерной сферы состоит в определении функции $f(x, y)$ по заданному набору ее проекций или линейных интегралов.

$$p(r, \alpha) = \int f(x, y) dl \quad , \quad (3)$$

для различных углов проекции $\alpha = \tan^{-1}(l/r)$. Интеграция осуществляется от источника к получателю. Полный набор сумм лучей под заданным углом называется проекцией или профилем. В идеале $f(x, y)$ – непрерывная двумерная функция, и для реконструкции требуется бесконечное количество проекций. На практике $f(x, y)$ вычисляется в конечных точках по конечному числу проекций. Двумерные скоростные модели литосферы Центральной Азии по данным глубинного зондирования построены в работах [13,14] тремя коллективами сейсмологов Казахстана, Кыргызстана и Китая [15] и доложены международных симпозиумах.

Для построения двумерной скоростной модели использованы записи сейсмических станций Института сейсмологии НАН Кыргызстана Манас - Аркит – Токтогул - Аккия -

Арсланбоб – Сопукоргон на рис.3, положение профиля – II. Профиль пересекает Таласскую антиклиналь, Баубашитинский горный массив, Караунгурскую и Кугартскую синклинали, Узгенскую мульду, Алдиярский массив и северо-восточные отроги Алайского хребта.

В обработку включены записи объемных волн местных землетрясений с $K > 8.1$, попадающие в полосу ± 15 км от осевой линии за период наблюдения 1970-1994 гг. Материал за 25 летний период позволил отобрать записи только с четкими вступлениями фаз. Используя встречные и нагоняющие годографы рефрагированных волн по региональной сети совместно с опубликованными годографами ГСЗ рассчитан скоростной разрез по профилю.

Характерной особенностью разреза является мозаичная форма изолиний скорости в верхней части земной коры, с их сгущением в районе Южно-Ферганского разлома. Обычно зоны аномального сгущения изолиний соответствуют сейсмическим границам, ответственным за наличие петель на годографах (например, район Токтогула). В районе Северного Памира в интервале глубин 80-160 км выявлена низкоскоростная зона.

Для сопоставления выше указанными разрезами мы приводим карту скоростных неоднородностей для интервала глубин 50-75 км. Окончательно для расчетов поля скоростей верхней мантии выбраны данные времен пробега удаленных землетрясений для 2735 трасс. В пределах исследуемой части Тянь-Шаня станции расположены в среднем на расстоянии порядка нескольких десятков километров друг от друга; минимальное расстояние 12 км.

Получена скоростная модель верхней мантии, представленная в виде трех параллельных слоев содержащих блоки, для интервалов глубин 50-75 км, 75-150 км, 150-300 км. На рис.1 показана карта скоростных неоднородностей в интервале глубин 50-75 км [12].

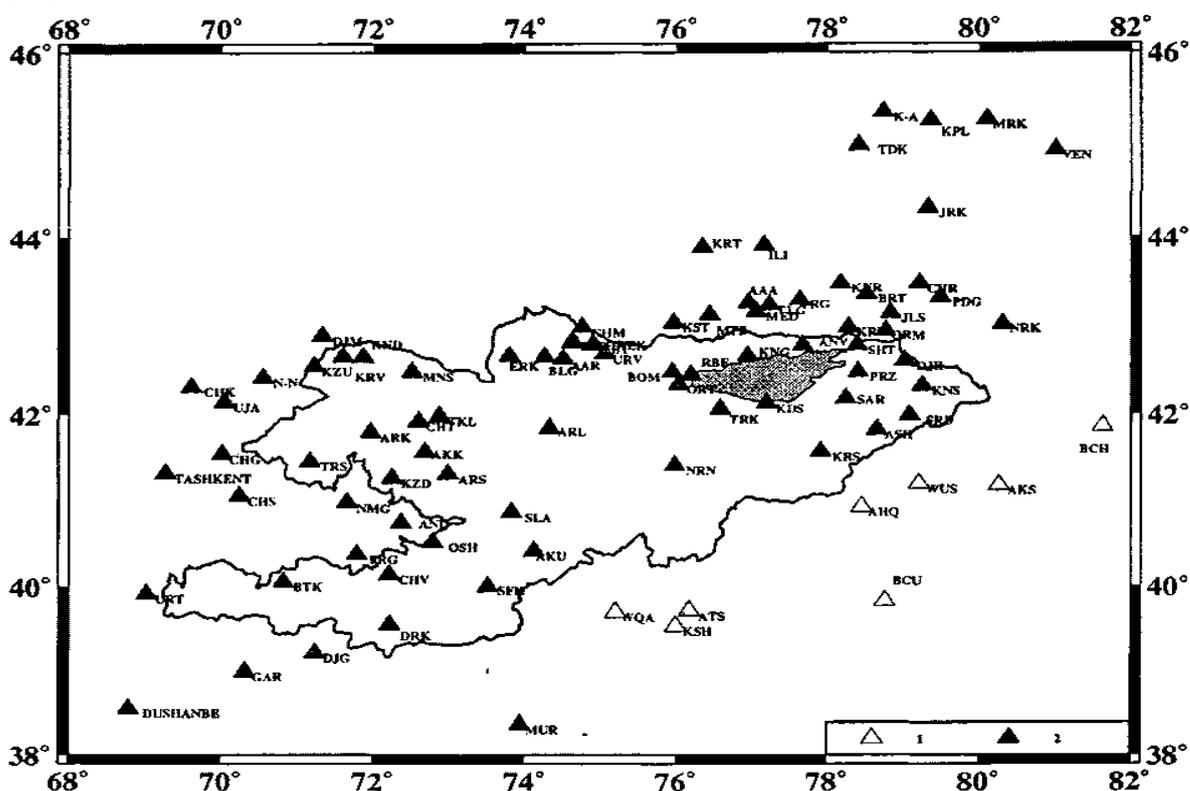


Рис.2. Сеть аналоговых и 10 KNET цифровых сейсмических станция до 1997 года

Нами выявлено, что в целом часть Северного и Срединного Тянь-Шаня характеризуется низкой скоростью по сравнению с западным Тянь-Шанем. Если вместе взять блоки Северного и Срединного Тянь-Шаня в пределах $41^{\circ}30' - 41^{\circ}50'$ северной широты и $74^{\circ}00' - 78^{\circ}30'$ восточной долготы под ними значение скорости продольных варьирует от 7,0 км/с (разрешение 0,93) до 7,3 км/с (разрешение - 0,95). В работе [10] авторы пишут о том, что, обширная часть Северного и Срединного Тянь-Шаня характеризуется низкой скоростью. Исходя из вышеизложенного сделаем вывод, именно существование низкой скорости в верхней мантии под Северным и Срединным Тянь-Шанем получилось в разные годы [6,7,8] по данным удаленных землетрясений, подтверждено трехмерной моделью Манас – Аркит – Токтогул – Аккия – Арсланбоб по данным местных и телесейсмических землетрясений полученной в слое 50-75 км [12].

Сопоставляя нами полученный разрез за последние два года по двум алгоритмам, с предыдущей моделью двумерной инверсией рис.3 мы пришли к выводу что, разрешение последних полученных скоростных моделей лучше, но как видно на рис.2 на участке Манас – Аркит – Токтогул – Аккия – Арсланбоб аналоговая сеть густая, по профилю обработаны очень много землетрясений, именно в данном участке скоростное поле достоверное и имеет высокое разрешение.

В классических работа А.Н. Тихонова, В.Я. Арсенина [1], К. Аки, П. Ричардс [5], указано при решении обратных задач, всегда следует учесть всегда три принципа Ж. Адамара хорошо поставленных корректных задач. Первый принцип, они характеризуются наличием решения в определенном множестве, второй принцип математическая определенность задачи (исходные данные не противоречат друг другу, достаточно для однозначного решения задачи), третьим признаком является непрерывная зависимость решения от исходных данных. Это условие обычно называется физической определённой задачи, то есть её детерминированностью или непрерывной зависимостью решения от исходных данных. Во всех трех алгоритмах эти принципы соблюдены.

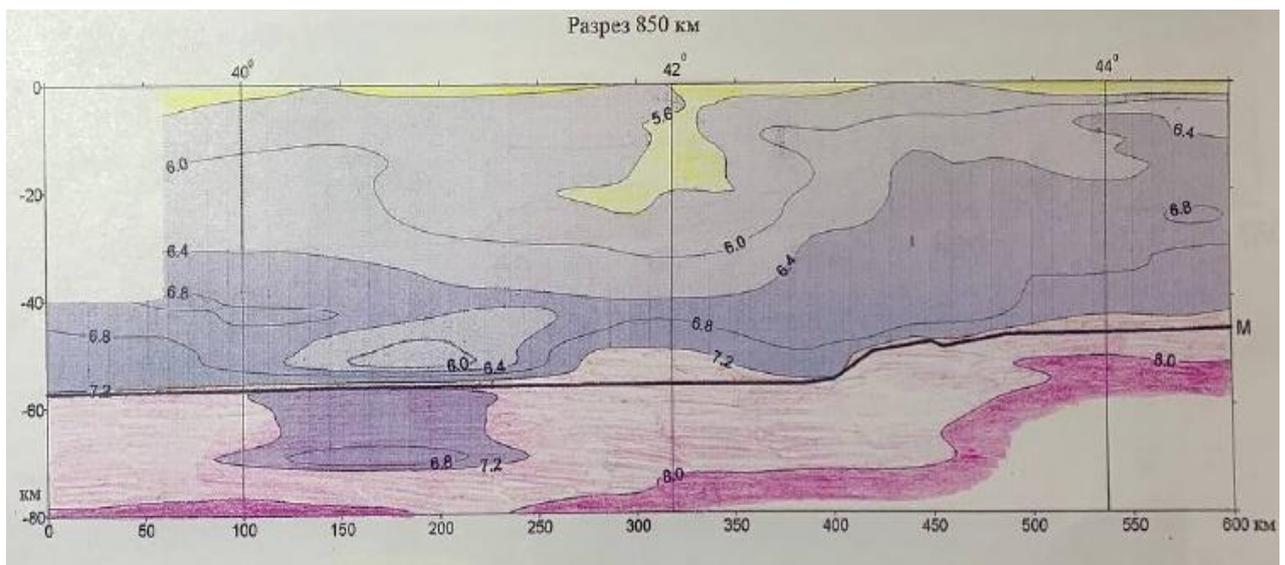


Рис. 4. Цифры значения V_p – продольной волны, по данным записи только цифровых сейсмических скоростей.

Пробные расчеты были сделаны по данным цифровых данных последние годы показывают аномально низкие скорости по полосе Ош – Арсланбоб на глубине 50 км. Мы убедились, что точность значительно повышается при использовании цифровых записей землетрясений и взрывов, если в предыдущих моделях именно на этом срезе характеристики продольной волны были сильно сглажены. Начало анализа математических основ сейсмотомографических наших исследований сделан в работе [14].

Литература

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. – 288 с.
2. Алексеев А.С., Михайленко Б.Г., Чеверда В.А. Численные методы решения прямых и обратных задач теории распространения волн. // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. – Новосибирск, 1983, с 165-172.
3. Романов В.Г. Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: «Наука», 1972. –164 С.
4. Червени В. Алгоритмы расчета лучи в трехмерных горизонтально –неоднородных средах // сейсмическая томография, с приложениями в глобальной сейсмологии и разведочной геофизике. Москва: «Мир», Наука, 1990. С.109-144.
5. Аки К., П.Ричардс Количественная сейсмология. Теория и методы // Москва: «Мир», 1983. – 880 С.
6. Бурмаков Ю.А., Винник Л.П., Сайипбекова А.М., Треусов А.В. Трехмерная скоростная модель тектоносферы Тянь-Шаня и Памира, Докл АН СССР, 297, с.56-60, 1987.
7. Vinnik L.P., Saipbekova A.M. Structure of lithosphere and asthenosphere of the Tien-Shan. // Annalies geophysicea. 1984. Vol.2. №6. p. 621-626.
8. Сайипбекова А.М. Скоростная модель верхней мантии //В сб. Современная геодинамика литосферы Тянь-Шаня. Москва: «Наука», 1991, 23-29с.
9. Franklin J.N., 1970. Well –posed stochastic extention of ill –posed linear problem // Journal of Mathematical Analysis and Application , v. 31, 682-716.
10. Roecker S.W., Sabitova T.M., Vinnik L.P., Burmakov Y.A., Golvanov M.I., Mamatkanova R., Munirova L. Tree-dimensional elastic wave velocity structure of the Western and Central Tien Shan // JGR. 1993. V.98. N.B9. P. 15,779-15,795.
11. Шацлов В.И., Сайипбекова А.М., Грибанов Ю.Е. Изучение глубинного строения Тянь-Шаня по материалам региональной сейсмологии. // Journal Inland Earthquake. Urumqi: 1995. Vol.9. №4. С.374-381.
12. Сайипбекова А.М., Блинов Г.И., Павлунин В.Е. и др. Томографические модели литосферы Тянь-Шаня. // «Проблемы и перспективы развития науки и техники в области механики, геофизики, нефти, газа, энергетики и химии Казахстана»: Тез. межд. научно.-технической конференции 22-24 мая 1996. Актау: 1996. С.40-41.
13. Сайипбекова А.М. Сейсмотомографическая модель и современная геодинамика литосферы Тянь-Шаня. // Отв. Ред. В.И.Шацлов. Ош: Билим, 2003. –216 С.

