УДК 514.75
DOI: https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1(4)_30

МЕЙКИНДИКТЕГИ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ФРАКТАЛДЫН 3D МОДЕЛИН ТҮЗҮҮ ҮЧҮН КОМПЬЮТЕРДИК ПРОГРАММА

Молдояров Уларбек Дүйшөбекович,
ф.-м.и.к., доцент,
Ош мамлекеттик университети, Кыргыз Республикасы
ular_osh@list.ru
Матиева Гулбадан,
ф.-м.и.д., профессор,
Ош мамлекеттик университети, Кыргыз Республикасы
gulbadan_57@mail.ru

КОМПЬЮТЕРНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ СОЗДАНИЯ 3D МОДЕЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФРАКТАЛА В ПРОСТРАНСТВЕ

Молдояров Уларбек Дуйшобекович,
к.ф.-м.н., доцент Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
ular_osh@list.ru
Матиева Гулбадан,
д.ф.-м.н., профессор Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
gulbadan_57@mail.ru

COMPUTER PROGRAM OF CONSTRUCTING A 3D MODEL OF A SPATIAL GEOMETRIC FRACTAL

Moldoiarov Ularbek,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Osh State University,
Kyrgyzstan
ular_osh@list.ru
Matieva Gulbadan,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor,
Osh State University,
Kyrgyzstan
gulbadan_57@mail.ru

Аннотация. *Изилдөөнүн предмети катары мейкиндиктеги геометриялык фракталдын 3D моделин түзүү маселеси каралат. Изилдөөнүн максаты болуп тегиздиктеги берилген геометриялык фракталдарды мейкиндиктеги изделүүчү фракталдын проекциялары катары эсептеп, изделип жаткан фракталдын 3D моделин түзүү үчүн компьютердик программаны иштеп чыгуу эсептелинет.*

Мейкиндиктеги изделүүчү фрактал симметрия тегиздигине ээ болсун деп шарт коюп, тегиздиктеги мурдатан белгилүү эки фракталды анын симметрия тегиздиктериндеги проекциялары болсун деп эсептеп, мейкиндиктеги геометриялык фракталдын 3D моделин түзүү үчүн компьютердик программа иштелип чыгылды.

Бул программаны иштеп чыгууда JavaScript программалоо тили, WebGL, Threc.js библиотекалары колдонулду.

Негизги сөздөр: *геометриялык фрактал, проекция, 3D модел, компьютердик программа.*

Аннотация. *Предметом исследования является задача построения 3D модели пространственного геометрического фрактала. Целью исследования является задача разработать компьютерную программу для получения 3D модели искомого пространственного геометрического фрактала с помощью заданных двух геометрических фракталов в плоскости.*

При условии, если искомый пространственный фрактал имеет плоскостей симметрии, считая, что двое известные геометрические фракталы в плоскости являются проекциями искомого фрактала в его плоскостях симметрии, разработана компьютерная программа для получения 3D модели искомого пространственного геометрического фрактала.

При этом использованы язык программирования JavaScript и библиотеки WebGL, Threc.js.

Ключевые слова: *геометрический фрактал, проекция, 3D модель, компьютерная программа.*

Abstract. *The subject of research is the problem of constructing a 3D model of a spatial geometric fractal. The purpose of the study is to develop a computer program for obtaining a 3D model of the desired spatial geometric fractal using the given two geometric fractals in the plane.*

Provided that the desired spatial geometric fractal has planes of symmetry, assuming that two given geometric fractals in the plane are projections of the desired spatial fractal in its planes of symmetry, a program has been developed to obtain a 3D model of the of the desired spatial geometric fractal.

For this, a programming language JavaScript and libraries WebGL, Threc.js are used.

Keywords: *geometrical fractal, projection, 3D model, computer program.*

Киришүү. “Фрактал” түшүнүгү Бенуа Мандельброт тарабынан 1975-жылы киргизилген. Ал өзүнүн “Жаратылыштын фракталдык геометриясы” – деп аталган китебинде “... өткөн жылдардын математиктери бизге жаратылыш көрсөтүп турган формаларды изилдөөдөн дайыма баш тартышкан,” – деп жазат. Алар евклиддик геометриялык фигураларды изилдөө менен бизди курчап турган чыныгы дүйнөнү түшүндүрбөгөн түрдүү теорияларды ойлоп табышууда деп белгилейт. Бирок, Мандельброттун пикири боюнча “... жаңы геометрия бизди курчап турган айлана чөйрөдөгү “туура эмес” жана бүтүн эмес, үзүндү (бөлүкчө) түрүндөгү формаларды сүрөттөөгө жөндөмдүү болгон жана мен фракталдар деп атаган фигуралардын көптүгүн аныктоо менен дээрлик бүткөн теорияларды жаратат,” – деп жазат.

Математикалык көз караш менен караганда фрактал – бул бөлчөк ченемдүү көптүк болуп эсептелет. Белгилүү болгондой кесиндинин ченеми – 1, квадрат – 2 ченемдүү, параллелипипед – 3 ченемдүү.

Ченемдүүлүгү бөлчөк сан болуу – фракталдардын негизги касиети.

Жогоруда аталган Б.Мандельброттун китебинде [1] 1875-1924- жылдар ичинде ушул багытта изилдөөлөрдү жүргүзүшкөн окумуштуулардын (Пуанкарс, Фату, Жюлиа, Кантар, Хуасдорф) илимий жыйынтыктары колдонулган. Ушул мезгилде гана бул эмгектерди бирдиктүү системага салууга мүмкүнчүлүк болду.

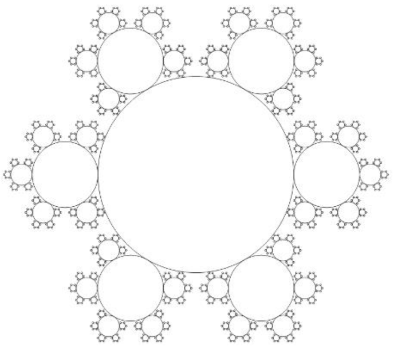
Фракталдык геометрия – бул математикадагы жана жаратылаштын математикалык сүрөттөлүшүндөгү революция деп эсептөөгө болот.

Фрактал деп аталган жаңы фигура жаратылыштагы татаал системалардын (Айдын бети, өпкөнүн бронхиалдык “дарагы”, бөйрөкүн иштеши, кан айлануу системасы, тоо кырлары, кыртыштын эррозиясы, дарактар, чакылган, ж.б.) модели боло алат.

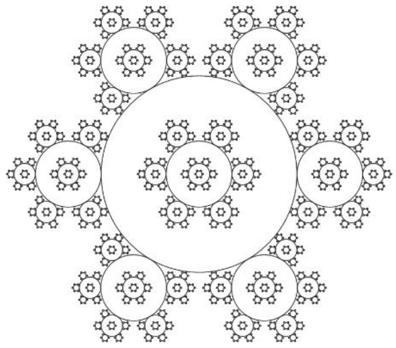
Изилдөөнүн материалдары

Бул макалада төмөндөгүдөй маселе каралат.

Тегиздиктеги фракталдар (1-сүрөт) кандайдыр бир мейкиндик фракталдын бул же тигил симметрия тегиздигиндиктериндеги проекциялары болушса анда ошол мейкиндик фракталдын 3D моделин түзүүчү компьютердик программаны иштеп чыгуу.



“Ак гүл”



“Алайгүл”

1-сүрөт

Фракталдарды түзүүнүн эки негизги жолу бар. Биринчи жол L системаларын колдонуу (Lindenmayer атынан коюлган), экинчиси IFS кайталанма функциялдын системасын (iterated function systems) колдонуу.

80-жылдардын ортосунда, Фракталдык структураларды алуунун жөнөкөй каражаты катары Кайталанма Функциялардын Системасы (Систем Итерируемых Функций) – СИФ методу пайда болгон. Аны америкалык математик М.Барнсли ойлоп тапкан, андан кийин Джорджия технологиялык институтунда иштеген.

L – система (Линденмайер системасы) – кайра жазуу паралелдик системасы, Лого тилине окшош граматиканын формалдуу түрү. Ар кандай геометриялык фракталдарды куруу үчүн колдонулган формалдаштырылган тил.

Акыркы жылдары L – системаларын колдонуу менен фракталдык объектилерди куруу өзгөчө актуалдуулукка ээ болдуда.

Чындыгында бул тилди колдонуу менен, L – системалар тилинин буйруктарын түшүнгөн интерпретаторду куруп, натыйжаны визуалдык көрүнүштү алуу үчүн компьютердик графиканын жардамы менен ишке ашырууга ыңгайлуу.

Өзгөрүлмөлөр: *R, l,i; мында* $R_1 = 64$; $R_i = 0{,}3R_{i-1}$; $i = 1, \dots, n$; $l = 2R_i + 0{,}3R_{i-1}$

туруктуулар: $+, -,$ *[,]*

аксиома: 0;

эрежелер: $(R_i \rightarrow i{+}lR_{i+1}[\ lR_{i+1}[\ lR_{i+1}[\ lR_{i+1}\ [lR_{i+1}\ [lR_{i+1} - lR_{i+1}]\ lR_{i+1}]\ lR_{i+1}]\ lR_{i+1}]\ lR_{i+1}]\ lR_{i+1}])$

Интерпретация

$+$: xy тегиздигинде иштөө

$-$: yz тегиздигинде иштөө

[: 30 градус солго бурлуу

] : 30 градус оңго бурлуу

l : кадам

i : рекурсия

R_i : радиусу R_i болгон сфера

L-системаларын колдонуу менен үч өлчөмдүү координаталар системасында Фрактал төмөнкүдөй курулат:

x = R * cos(lat) * cos(long)

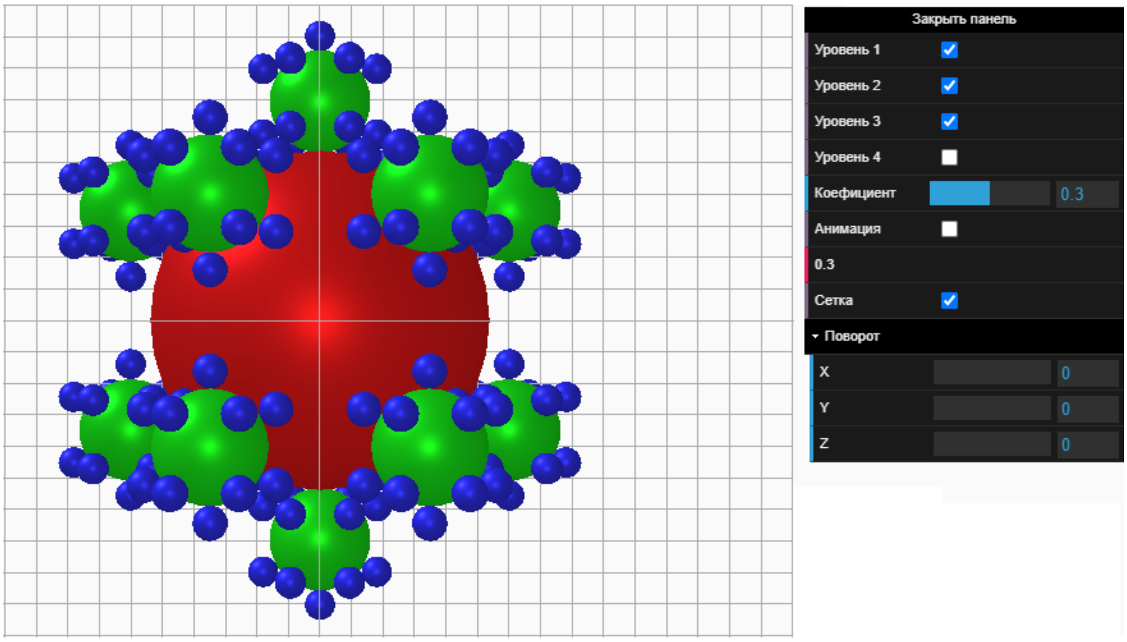
y = R * cos(lat) * sin(long)

z = R * sin(lat),

мында R - радиус, lat - широта (-90 <= lat <= 90), long - долгота (-180 <= long <= 180).

«Он төрт мунаралуу сфера» фракталын визуалдык көрүнүштө алуу үчүн JavaScript программалоо тили, WebGL, Three.js библиотекалары тандалып алынды жана скрипт төмөндө келтирилген:

```
var fr = 64; var rl = 0.3; var sl = 6;
var sfcalc=[], sf=[], frl=rl, anim = false, ax = 0, ay = 0, az = 0;
function SfCalc(x, y, z, r, lv) {
  this.x = x;  this.y = y;  this.z = z;  this.r = r;  this.lv = lv;
  if (this.lv < n-1){
    var dist = this.r/2*(rl+1);
    var a = (angle+Math.PI/4) % Math.PI*2;
    for (let i = 0; i < sl; i++) {
      var nx = dist * Math.cos(a); var ny = dist * Math.sin(a);
      sfcalc.push(new SferaCalc(this.x+nx, this.y+ny, this.z, this.r*rl, this.lv+1));
      a+=angle; }
    var a = (angle+Math.PI/4) % Math.PI*2;
    for (let i = 0; i < sl; i++) {
      if(i!=1 && i!=4) {
        var nz = dist * Math.cos(a); var ny = dist * Math.sin(a);
        sfcalc.push(new SferaCalc(this.x, this.y+ny, this.z+nz, this.r*rl, this.lv+1));
      }
      a+=angle;
}}}
  for (var i = 0; i < sf.length-1 ; i++) {
    sf[i].position.set( sfcalc[i].x, sfcalc[i].y, sfcalc[i].z);
    var kf = sfcalc[i].r/(2*fr);    sf[i].scale.set(kf,kf,kf);
  }
  groupS.rotation.set(ax*Math.PI/180,ay*Math.PI/180,az*Math.PI/180); }
```



2-сүрөт

Иштелип чыккан программа (2-сүрөт), L – система (аксиома, генерация эрежелери, ыктымалдуулук, параметрлер) түрүндөгү моделди, ошондой эле визуалдаштырууну ишке ашырган моделдөө натыйжаларынын интерпретаторунун глобалдык (бир нече моделдер үчүн) жана локалдык (бир модель үчүн) параметрлерин көрсөтүүгө мүмкүндүк берет.

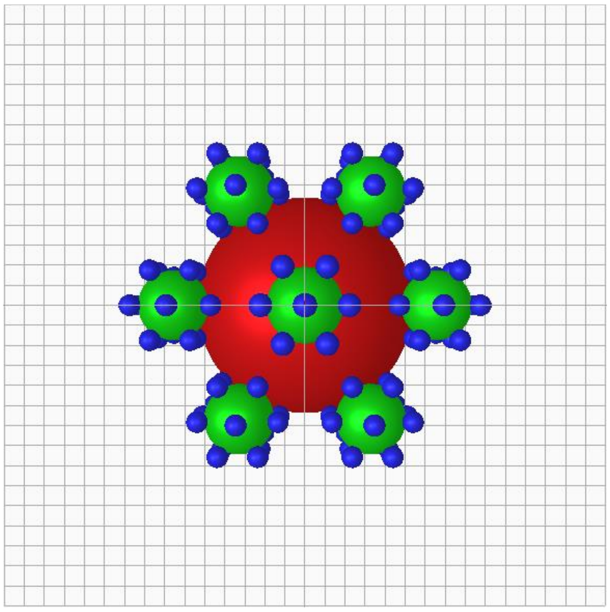
Изилдөнүү жыйынтыгы.

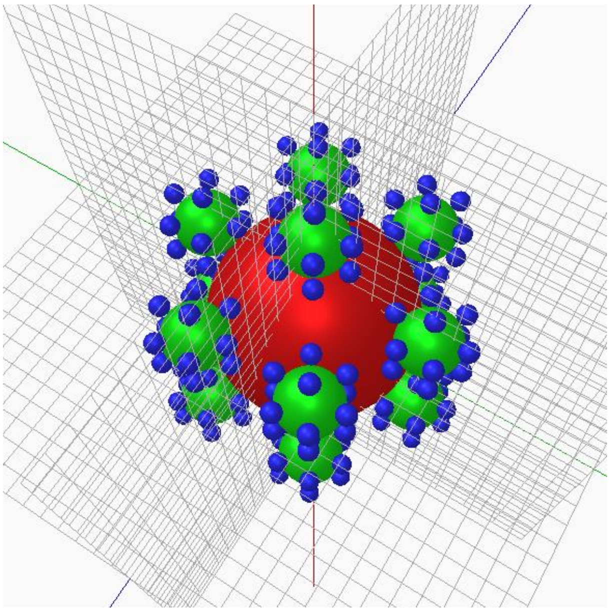
Жогорудагылардын негизинде төмөндөгүндөй теорема далилденди.

Теорема. Эгерде изделүүчү фракталдын симметрия тегиздиктериндеги проекциялары (1-сүрөт) берилген болсо, анда анын 3D модели 2-сүрөттөгү көрүнүштө болот.

[4] макалада “Алты мунаралуу сфера” деген аталыштагы мейкиндиктеги геометриялык фракталдын 3D моделин түзүү үчүн компьютердик программа иштелип чыккан.

2-сүрөттө көрсөтүлгөн мейкиндик фракталды "Он төрт мунаралуу сфера" деп атайбыз.





Адабияттар

1. Б.Мандельброт Фрактальная геометрия природы – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, – 656 с.
2. Г.Матиева Авторское право на геометрический фрактал “Ак гүл” (№3896 от 05.03.2020)
3. Г.Матиева Авторское право на геометрический фрактал “Алайгүл” (№3901 от 05.03.2020)
4. G.Matieva, U.Moldoyarov Space Fractal Program for 3D model construction – NeuroQuantology / October 2022 / Volume 20 / Issue 14 / Page 505-508 / Doi: 10.4704 / nq.2022.20.14. NQ88071