УДК 515.123.4
DOI: https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1(4)_2

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА НАРОСТОВ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Абдыкаимов Илларион Захидович, аспирант
interstruirovanie@gmail.com
Институт математики НАН КР
Бишкек, Кыргызстан Бишкек

Аннотация. *Смирновым Ю.М. введены такие понятия, как: «ко-покрытие» и «окаймление». Во многих работах Смирнова Ю.М. выведены важные утверждения и теоремы, описывающие свойства наростов равномерных пространств на основе свойств самих пространств и наоборот. Также учёным выявлены важные случаи применения таких понятий как в общих, так и в некоторых частных случаях. Эти понятия играют ключевую роль в современных исследованиях свойств наростов равномерных пространств. Ниже кратко приведены самые основные утверждения работы.*

Ключевые слова: *равномерное пространство, нарост, база равномерности, фильтр Коши, равномерная топология.*

БИР-КАЛЫПТУУ МЕЙКИНДИКТЕРДИН ӨСҮНДҮЛӨРҮНҮН БИР КАНДАЙ ӨЗГӨЧӨЛҮКТӨРҮ

Абдыкаимов Илларион Захидович, аспирант
interstruirovanie@gmail.com
КР УИА математиканын институту
Бишкек, Кыргызстан

Аннотация. *Смирнов Ю.М. «ко-жабдуу» деген түшүнүгү сыяктуу болгон маанилүү түшүнүктөрдү бир-калыптуу структура менен каралган мейкиндиктердин теориясына киргизген. Бул окумуштуунун иштеринин көбүндө бир калыптуу мейкиндердин өзгөчөлүктөрдүн негизинде булардын өсүндүлөрүнүн мейкиндиктеринин өзгөчөлүктөрүн жана тескересинче аныктаган маанилүү теоремалар чыгарылган. Ошондой да Смирнов Ю.М. ошондой түшүнүктөрдү колдонуунун түрдүү жалпы жана өзгөчө учурлары көрсөтүлгөн. Бул түшүнүктөр заманбап бир-калыптуу мейкиндиктердин өсүндүлөрүн изилдөөлөрдө урунттуу ролун ойношот. Биз бир нече аларды колдонуунун учурларын карап келгибиз келет.*

Ачкыч сөздөр: *бир-калыптуу мейкиндик, өсүндү, бир-калыптуулуктун базасы, Кошинин фильтри, бир-калыптуу топология.*

SOME PROPERTIES OF GROWTHS OF UNIFORM SPACES

Abdykaimov Illarion Zakhidovich, post-graduate student
interstruirovanie@gmail.com
Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic
Bishkek, Kyrgyzstan Bishkek

Abstract. *Smirnov Yu.M. such concepts as: "co-covering" and "bordering" are introduced. In many works of Smirnov Yu.M. important statements and theorems are derived that describe the properties of growths of uniform spaces on the basis of the properties of the spaces themselves and vice versa. The scientists also identified important cases of application of such concepts both in general and in some particular cases. These concepts play a key role in modern studies of the properties of outgrowths of uniform spaces. The most basic assertions of the work are briefly summarized below.*

Keywords: *uniform space, growth, base of uniformity, Cauchy filter, uniform topology.*

Теорема 1. Пусть (X, U) – равномерное пространство, $\tilde{\mathcal{F}}$ - множество минимальных фильтров Коши на (X, U), $\bar{\mathcal{F}} \subset \tilde{\mathcal{F}}$ - множество фильтров окрестностей точек из (X, U). Тогда для того, чтобы нарост для (X, U) был метризуемым равномерным пространством необходимо и достаточно, чтобы существовало такое не более, чем счётное семейство равномерных покрытий $\mathcal{B} \subset U$, что: для любого $\alpha \in U$ существует такое $\beta \in \mathcal{B}$, что для любого $A \in \alpha$ найдётся такое $B \in \beta$, что:

$$\left(F \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (B) \in F\right) => (A) \in F.$$

Теорема 2. Пусть (X, U) – равномерное пространство, $\tilde{\mathcal{F}}$ - множество минимальных фильтров Коши на (X, U), $\bar{\mathcal{F}} \subset \tilde{\mathcal{F}}$ - множество фильтров окрестностей точек из (X, U). Тогда для того, чтобы нарост для (X, U) имел базу, мощностью не превосходящую W, необходимо и достаточно, чтобы существовало такое семейство равномерных покрытий $\mathcal{B} \subset U$, что оно по мощности не превышает W, и для любого $\alpha \in U$ существует такое $\beta \in \mathcal{B}$, что для любого $A \in \alpha$ найдётся такое $B \in \beta$, что:

$$\left(F \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (B) \in F\right) => (A) \in F.$$

Теорема 3. Если для любого такого не более, чем счётного семейства $\mathcal{B}$ попарно не пересекающихся подмножеств множества свободных фильтров Коши в (X, U), что существует отображение $S: U \to \cup \{\alpha: \alpha \in U\}$, удовлетворяющее для любого $\alpha \in U$ следующему условию:

$$S(\alpha) \in \alpha; \exists B \in \mathcal{B}: B \subset \{F' \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (S(\alpha)) \in F'\},$$

выполнено то, что:

$$\cap \left\{[S(\alpha)]_{(X,U)}: \alpha \in U\right\} = \emptyset \quad (1)$$

то пространство нароста для (X, U) будет $\aleph_0$- полным.

Обратно, если пространство нароста для (X, U) является $\aleph_0$ – полным, то для любого такого не более, чем счётного семейства $\mathcal{B}$ попарно не пересекающихся подмножеств множества свободных фильтров Коши в (X, U), что для любого $\alpha \in U$:

$\exists B \in \mathcal{B}, A \in \alpha: B \subset \hat{A} = P(A) = \{F' \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (A) \in F'\}$,

Выполнено (1).

Теорема 4. Если для любого такого семейства $\mathcal{B}$ мощности, не большей W, попарно не пересекающихся подмножеств множества свободных фильтров Коши в (X, U), что существует отображение $S: U \to \cup \{\alpha: \alpha \in U\}$, удовлетворяющее для любого $\alpha \in U$ следующему условию:

$S(\alpha) \in \alpha; \exists B \in \mathcal{B}: B \subset \{F' \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (S(\alpha)) \in F'\}$,

выполнено то, что:

$$\cap \left\{[S(\alpha)]_{(X,U)}: \alpha \in U\right\} = \emptyset, \quad (2)$$

то пространство нароста для (X, U) будет W - полным.

Обратно, если пространство нароста для (X, U) является W - полным, то для любого такого семейства $\mathcal{B}$, по мощности, не превышающего W, попарно не пересекающихся подмножеств множества свободных фильтров Коши в (X, U), что для любого $\alpha \in U$:

$\exists B \in \mathcal{B}, A \in \alpha: B \subset \hat{A} = P(A) = \{F' \in \tilde{\mathcal{F}} \setminus \bar{\mathcal{F}}: (A) \in F'\}$,

Выполнено (2).

Заключение

Для равномерных пространств получен необходимый и достаточный критерий, устанавливающий метризуемость равномерного пространства нароста. Также для равномерных пространств получено необходимое и достаточное условие того, чтобы равномерное пространство нароста обладало свойством секвециальной полноты.

Литература

1. Borubaev A.A. Uniformed topology and its applications. – Bishkek, “Ilim”, 2021 – 334 p.
2. Kanetov, B.E. Some classes of uniform spaces and uniformly continuous mappings. – Bishkek, 2013. – 160 p.