УДК 917.928
DOI: https://doi.org/10.52754/16948645_2024_1(4)_1

СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН КАДИМКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН СИСТЕМАСЫНЫН ЧЕЧИМИН ИЗИЛДӨӨ

Абдилазизова Акбермет Абдижалиловна, улук окутуучу
abdilazizovaa@mail.ru
Ош Мамлекеттик Университети
Ош, Кыргызстан

Аннотация. *Бул жумушта сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечими изилденген. Туруктуулук шарты алмашкан учурда сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн Кошинин баштапкы маселеси каралган. Диагоналдык матрица комплекстик түйүндөш өздүк маанилерге ээ, алар гиперболалык функциялар. Сингулярдык аймак аныкталган жана ал аймак үчүн баалоо алынган. Козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин жакындыгы далилденген.*

Түйүндүү сөздөр: *матрица, аналитикалык фунция, ийри сызыктуу төрт бурчтук, сингулярдык козголуу, теңдемелер системасы, матрицанын өздүк маанилери, асимптотика, бир калыпта жакындашуу.*

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Абдилазизова Акбермет Абдижалиловна
старший преподаватель
abdilazizovaa@mail.ru
Ошский Государственный Университет
Ош, Кыргызстан

***Аннотация**: В данной работе исследовано решение сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений. Рассматривается начальная задача Коши для сингулярно возмущенной систем обыкновенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости. Диагональная матрица имеет комплексно сопряженные собственные значения, они гиперболические функции. Определена сингулярная область и на этой области получена оценка. Доказывается близости решений возмущенной и невозмущенной задачи.*

Ключовые слова: *матрица, аналитическая функция, криволинейный четырехугольник, сингулярное возмущение, система уравнении, собственные значения матрицы, асимптотика, равномерные приближения.*

TO INVESTIGATE OF THE SOLUTION OF A SINGULARLY PERTURBED SYSTEM OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abdilazizova Akbermet Abdijalilovna, Senior Lecturer
abdilazizovaa@mail.ru
Osh State University
Osh, Kyrgyzstan

Abstract: *In this paper uniform approximations are investigated for solving singularly-perturbed system of differential equations. Initially problem of Cauchy for singular perturbed system of ordinary differential equations in the case of change of stability is considered. The diagonal matrix has complex conjugate eigenvalues, they are hyperbolic functions. A singular domain is determined and an estimate is obtained on this area. The proximity of the solution of perturbed and undisturbed problem is proved.*

Keywords: *matrix, analytic function, curved quadrilateral, singularly perturbed, system of equations, eigenvalues of a matrix, asymptotic, uniform approximations.*

Киришүү. Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер колдонмо математиканын бардык бөлүгүндө кездешет. Бул макалада сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелердин системасынын чечими жана А.Н. Тихоновдун пределдик өтүү жөнүндөгү теоремасынын орун алышы каралган.

Маселенин коюлушу. Төмөнкү теңдемелердин системасы берилсин:

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon f\left(t,x(t,\varepsilon)\right), \tag{1}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\|=O(\varepsilon), \tag{2}$$

Мында $\varepsilon>0-$ кичине параметр; $D(t)=diag\left(\lambda_1(t),\lambda_2(t)\right)$, $\lambda_1(t)=sht+icht,$ $\lambda_2(t)=sht-icht$, $f(t,x(t,\varepsilon))=colon(f_1(t,x(t,\varepsilon)),f_2(t,x(t,\varepsilon)))$, $f(t,0)\equiv 0;$

Төмөндөгү шарттар аткарылсын:

U 1. $[t_0,T_0]-$ чыныгы сан огундагы кесинди $\left(t_0<T_0\right)$; $[t_0,T_0]\subset S_r-$ $r\geq\frac{1}{2}|T_0-t_0|+d$ $(d>0)$ радиустуу, борбору $((T_0+t_0)/2,0)$ чекитинде жаткан ачык шар, $t\in S_r$. $\Phi(S_r)-$ S_r де аналитикалык функциялардын мейкиндиги.

U 2. $f_k\left(t,x(t,\varepsilon)\right)\in\Phi(S_r)$ $(k=1,2)$;

$x(t,\varepsilon)=colon(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon))$ чечимин $\Phi(S_r)$ классынан t боюнча издейбиз.

Теорема. U 1-U 2 шарттары аткарылсын, анда (1), (2) маселенин $t_0\leq t\leq -t_0-\alpha(\varepsilon)$ аралаганды жалгыз чечими жашайт жана $\|x(t,\varepsilon)\|\leq c\omega(\varepsilon)$, баалоосу орун алат, мында $\alpha(\varepsilon)$ - монотондуу кемүүчү функция жана $\alpha(0)=0$, $0<c-const.$

$$\omega(\varepsilon)=\begin{cases}\varepsilon, & t_0\leq t\leq -t_0-\alpha(\varepsilon);\\ \sqrt{\varepsilon}, & t=-t_0-\alpha(\varepsilon).\end{cases}$$

Далилдөө. Туруктуулук шарты алмашкан интервалдарын аныктайбыз. Туруктуулук шартынан $\operatorname{Re}\lambda_1(t)=\operatorname{Re}\lambda_2(t)<0,\ sht<0$ же $-\infty<t<0,$ мындан

$t\in(-\infty,0)$ -туруктуу интервал,

$t\in(0,+\infty)$ -туруксуз интервал,

t=0 – туруктуулук алмашкан чекит,

t_0 - туруктуу интервалга тиешелүү чекит болот, б.а. $t_0\in(-\infty,0).$

$-t_0=\ln(\sqrt{2}-1), t_0=-0.88137366.$ Бул жерде кармалуу убактысы $\delta:\delta=|t_0|$. Бул максималдуу кармалуу убактысы болуп эсептелет.

Өздүк маанинин нөлдөрү мезгили 2π болгон $(0t_2)$ огуна карата мезгилдүү экендигин көрүүгө болот. Натыйжада, изилденген аймак да $(0t_2)$ огунда 2π мезгилдүү. Бирок, биз (Ot_1) огун кармаган аймагын алабыз.

Алгач (1), (2) маселени ага эквиваленттүү болгон интегралдык тендемелер системасы менен алмаштырып алабыз:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)f(\tau,x(\tau,\varepsilon))d\tau,$$

мында $E(t,t_0,\varepsilon)=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}D(s)ds\right)$, $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s))ds$. Бул теңдемелер системасы удаалаш жакындашуулар методунун жардамында чыгарылат:

$$x^{(n)}(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)f(\tau,x^{(n-1)}(\tau,\varepsilon))d\tau\;;\; x^{(0)}(t,\varepsilon)\equiv 0$$

Жакындашуулар үчүн интегралдоо жолдору

$H_0=\left\{(t_1,t_2):u_k(t_1,t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_k(s)ds\le 0, k=1,2\right\}$ аймагынан алынат.

Туруктуулук шарты алмашкан аралыкта $t\in[0,t_0]$, $(cht-ch\tau)$ – белгиси оң, терс же нөлгө барабар болушу мүмкүн. Изилдөөдө чыныгы сандар талаасы жетишсиз болот. Ошондуктан, изилдөөнү комплекстик өзгөрмөлөр талаасында улантабыз.

$t=t_1+it_2, \tau=\tau_1+i\tau_2$, мында $t_1,t_2,\tau_1,\tau_2\in R$ болсун.

Төмөнкүгө ээ болобуз:

$$u(t_1,t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t_1+it_2}\lambda_1(s)ds=\left[\sqrt{2}cht_1\cos\left(t_2+\frac{\pi}{4}\right)-c\right],$$

Интегралдоо жолдору, $(t_0,0)$ жана (t_1,t_2) чекиттерин бириктирген L – интегралдоо жолдору болот. L үч жолдон турат, б.а., $L=L_1\cup L_2\cup L_3$ удаалаш түрдө төмөнкү чекиттерди бириктирет:

$$(-t_0,0),\ \left(-t_0,\frac{\pi}{4}\right),\ \left(t_1,\frac{\pi}{4}\right),\ (t_1,t_2).$$

Интегралдоо жолдорунда жакындашуулар бааланып, (1), (2) маселенин чечими үчүн төмөндөгү баа орун алат:

$$|x(t,\varepsilon)|\le c\omega(t,\varepsilon).$$

Мында $c>0$ – туруктуу сан, $\omega(\varepsilon)=\begin{cases}\varepsilon,\ t_0<t\le -t_0-\alpha(\varepsilon);\\ \sqrt{\varepsilon},\quad t=t_0.\end{cases}$

$\alpha(\varepsilon)$ - монотондуу кемүүчү функция жана $\alpha(0)=0$.

Адабияттар

1. Алыбаев, К.С. Метод линия уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости. [Текст] / К.С. Алыбаев // – Дисс. … д-ра физ. - мат. наук: 01.01.02. – Бишкек. 2001. – 204 с.

2. Анарбаева Г.М. Исследование решение сингулярно возмущенной задачи в неограниченном областе. [Текст] / Анарбаева Г.М., А. Абдилазизова // Математические методы в технике и технологиях . 2020. – Т. 12-3. – С. 7-11.

3. Абдилазизова, А.А. Асимптотика решения сингулярно возмущенной задачи Коши в случае смены устойчивости. [Текст] / А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение .– Москва. 2021. – № 7-1 (77). – С. 1-3.