ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИНИН ЖАРЧЫСЫ. ЭКОНОМИКА

ВЕСТНИК ОШСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА. ЭКОНОМИКА

JOURNAL OF OSH STATE UNIVERSITY. ECONOMICS

e-ISSN: 1694-8734
№1 (2)/2023, 29-38

УДК: 519-642
DOI: https://doi.org/10.52754/16948734_2023_1_5

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ЭКОЛОГИИ И ЭКОНОМИКИ

ЭКОЛОГИЯНЫН ЖАНА ЭКОНОМИКАНЫН АЙРЫМ МАСЕЛЕЛЕРИНИН ИНТЕГРАЛДЫК МОДЕЛДЕРИ

INTEGRAL MODELS FOR SOME PROBLEMS OF ECOLOGY AND ECONOMY

Бекешов Турдумамат Орозматович
Бекешов Турдумамат Орозматович
Bekeshov Turdumat Orozmatovich

к.ф-м.н., доцент, Ошский государственный университет
ф-м.и.к., доцент, Ош мамлекеттик университети
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Osh State University
bekeshov61@mail.ru

Догдурбек кызы Октомкан
Догдурбек кызы Октомкан
Dogdurbek kyzy Oktomkan

Ошский государственный университет
Ош мамлекеттик университети
Osh State University

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ЭКОЛОГИИ И ЭКОНОМИКИ

Аннотация

В настоящей работе дана общая методика построения интегральных моделей некоторых прикладных задач, а также применение моделей развивающихся систем типа В.М. Глушкова к исследованию стратегий замены устаревающего генерирующего оборудования электроэнергетических систем (ЭЭС).

Ключевые слова: интегральные модели, развивающиеся динамические системы, системы нелинейных интегро-функциональных уравнений, непрерывно дифференцируемые функции, уравнение Вольтерра первого рода.

Экологиянын жана экономиканын айрым маселелеринин интегралдык моделдери

Аннотация

Бул иште айрым прикладдык маселелердин интегральдык моделдеринин түзүүнүн жалпы ыкмалары , ошондой эле өнүгүүдөгү В. М. Глушков түрүндөгү системалардын моделдеринин электроэнергетикалык системалардын (ЭЭС) калыбына келүүчү эскирген жабдыктарын алмаштыруунун стратегисын изилдөөдө колдонулушу берилген.

Ачкыч сөздөр: интегральдык моделдер, өнүгүүдөгү динамикалык системалар, сызыктуу эмес интегро-функционалдык теңдемелердин системасы, үзгүлтүксүз дифференцирленүүчү функциялар, Вольтерранын биринчи түрдөгү теңдемеси.

Integral models for some problems of ecology and economy

Abstract

In this article, a general technique for constructing integral models of some applied problems is given, as well as the use of models of developing systems such as V.M. Glushkov to the study of strategies for replacing obsolete generating equipment of electric power systems (EPS).

Keywords: integral models, developing dynamical systems, systems of nonlinear integro-functional equations, continuously differentiable functions, Volterra equation of the first kind.

На протяжении последних лет вводы генерирующих мощностей в электроэнергетике Кыргызстана были в 3-5 раз ниже необходимых даже для простого воспроизводства. В результате генерирующие мощности существенно, "постарели", выросла доля изношенного оборудования, увеличились затраты на поддержание его в рабочем состояни. Фактически проектный ресурс генерирующего оборудования в Кыргызстанеза эти годы значительно состарился.

В связи с этим, актуальность исследования возможыхн изменений таких важных параметров электроэнергетики, как возрастная структура и сроки службы генерирующих мощностей, очень высока.

Настоящая работа посвящена применению интегральных моделей разивающихся систем типа В.М. Глушкова к исследованию стратеий замены устаревающего генерирующего оборудования электроэнергетических систем (ЭЭС).

Необходимость применения интегральных моделей в экономике возникает при учете разнородных экономических факторов (основных фондов, производственных мощностей, технического прогресса и др.), участвующих в производстве [2, [3].

Технический прогресс в интегральной модели Канторовича [4] воплощен в производственных мощностях: мощности, созданные недавно, более эффективны по сравнению с выпущенными в более ранние моменты времени, а созданные в одном году мощности имеют одинаковую эффективность. Это описывается следующим образом: пусть $K(t,s)$ – количество производственных мощностей, созданных в момент s и остающихся в строю в текущий момент t; $x(t)$, количество рабочей силы.

Тогда выпуск продукции в момент t

$$\int_{a(t)}^{t} \Phi(K(t,s), x(s), t, s) ds = f(t), t \in [t_0, T], \qquad (1)$$

где Ф -производственная функция. Соотношение (1) может описывать как скалярную, так и векторную модели динамической системы.

Принципиальным в модели (1) является введение функции $a(t)$ – временной границы использования производственных мощностей: все мощности, созданные ранее момента $a(t)$, в момент t не используются.

Если функция $a(t) = -\infty$ и $K(t,s) \neq 0$для всех $s < t$, то говорят, что система обладает бесконечной памятью.

Часто рассматривают динамическую систему, находившуюся в состоянии покоя при $t = t_0$, т.е. $a(t_0) = t_0$ и $a(t) = 0$ при $t < t_0$ (рис. 1).

Тогда (1) можно переписать в виде

$$\int_{t_0}^{t} \Phi(K(t,s)x(s), t, s) ds = f(t), t \in [t_0, T]. \qquad (2)$$

Если при этом функция $x(t)$ неизвестна, то модель (2) - классическое уравнение Вольтерра I рода

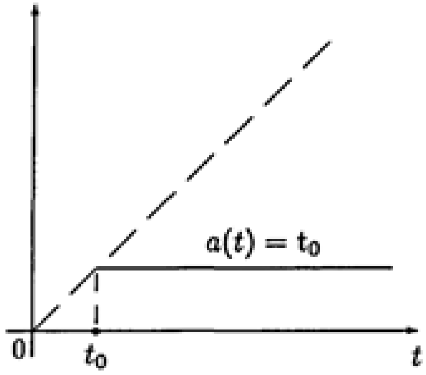

Рис. 1. *Нижний предел* $a(t) = const$

На практике на выход системы в момент t влияют воздействия, момент подачи которых превышает временной порог $t - c$, $c = const$ При этом говорят, что система обладает конечной памятью c и $a(t) = t - c$ (рис.2)

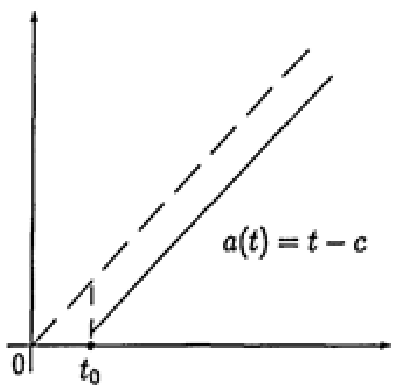

Рис. 2. *Нижний предел* $a(t) = const$

В общем случае может быть задана произвольная функция $a(t) < t$ (рис. 3). Это имеет место во многих приложениях: в экономике - при ускорении обновления основных фондов, переменном сроке службы оборудования, в экологии - при переменном возрасте либо репродуктивном возрасте особей, в биологии - при изменении интенсивности отмирания и - миграции клеток, в технике при переменной длительности переходных процессов и др. Например, в моделях Глушкова $a(t)$ отражает динамику замены элементов системы.

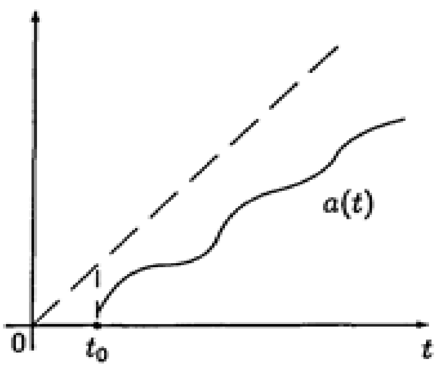

Рис. 3. *Нижний предел* $a(t)$

В работах [4, [2] показано, что в случае неравномерного развития экономики интегральные модели обладают принципиально новыми свойствами. Это особенно проявляется в моделях, позволяющих управлять динамикой сворачивания устаревших производственных мощностей.

Многочисленные приложения интегральных моделей приводят к постановкам задач, включающих:

Задачи идентификации, заключающиеся в определении неизвестных функций $K(t,s)$ при заданных остальных функциях модели. Эти задачи являются классическими в теории автоматического управления. Во многих случаях функция производительности $K(t,s)$ является известной или может быть определена из технической документации и анализа производственного процесса.

Системы нелинейных интегро-функциональных уравнений. В качестве неизвестных в векторной модели (1) могут выступать часть функций $x_i(t,s)$ и часть функций в нижних пределах интегрирования $a_i(t)$, при этом общее число неизвестных функций равно размерности системы.

Если функция $a(t,)$ в (1) задана, то получаем интегральное уравнение Вольтерра I рода с переменными пределами интегрирования. Одним из примеров интегральных уравнений является задача прогноза развития экономической системы на период $[t_0, T]$. . Она состоит в том, что необходимо определить функцию $x(t)$, состояний экономической системы (1) при заданных функции производительности $K(t,s)$, функции потребления $f(t)$ и динамике выбытия устаревающего оборудования $a(t)$. При этом считается, что функция в нижнем пределе $a(t)$ – неубывающая, что означает необратимость процесса выбывания элементов системы. Существенно, что динамика функционирования системы на предыстории $[a(t_0), t_0]$ полностью известна.

Если хотя бы одна функция $a_i(t)$, неизвестна, то имеем систему нелинейных интегро-функциональных уравнений вольтерровского типа с дополнительным условием

$$a(t) < t, \qquad (3)$$

вытекающим из условия физической реализуемости системы. В самом деле, условие (3) весьма существенно, т.к. сохраняет свойство вольтерровости интегрального оператора. Его нарушение приводит к изменению типа математической задачи: нелинейное интегральное уравнение Вольтерра с последействием становится интегро-функциональным уравнением с искомым опережающим аргументом.

Для интегральных уравнений с неизвестными пределами интегрирования нерешенными являются основные теоретические вопросы такие, как существование и единственность решений, устойчивость и др. Основы теории таких систем интегральных уравнений приведены в монографиях [1], [3].

Задачи оптимального управления с интегральными связями были предложены В.М. Глушковым [2] для экономических задач. Функции в нижнем пределе интегрирования $a_i(t)$ могут рассматриваться как искомые управляющие воздействия. Примерами таких постановок могут быть:

1. Определить такую динамику ликвидации (сворачивания) устаревших рабочих мест, которая максимизирует выпуск предметов потребления на плановом интервале $[t_0, T]$ при заданной динамике общего количества рабочих мест:

2. Определить такую динамику ликвидации устаревших рабочих мест, которая минимизирует трудовые затраты на плановом интервале $[t_0, T]$ обеспечивая при этом заданный уровень выпуска предметов потребления.

В целях конкретизации сказанных, рассмотрим двухсекторную модель макроэкономики В.М. Глушкова с позиций общей теории систем. Некий экономический объект как система состоит из отдельных элементов, выполняющих определенные функции. Элементы системы отличаются временем их создания и показателями эффективности выполнения функций. Функции системы разделяются на внутренние и внешние. Внутренние направлены на обеспечение и развитие самой системы. Внешние функции интерпретируются как выпуск некоторых внешних, по отношению к рассматриваемой системе, продуктов.

Под структурой системы понимается распределение элементов системы по времени создания, выполняемым функциям и эффективности их выполнения. Предполагается, что в системе происходит обновление элементов,, состоящее в вводе новых и ликвидации устаревших элементов. Вводимые в действие новые элементы могут поступать в систему извне или создаваться внутри самой системы.

Каждому элементу системы соответствуют три характеристики: время его создания, выполняемые функции (внутренние или внешние), эффективность их выполнения. Развивающейся называется система, в составе которой имеется хотя бы одна подсистема совершенствования. Обратимся к так называемой базовой двухсекторной развивающейся системе, обладающей основными свойствами более сложных развивающихся систем и в то же время достаточно простой для качественного описания системы.

Двухсекторная развивающаяся система состоит из:

подсистемы развития (А);

подсистемы создания внешнего продукта (Б).

Новые элементы создаются внутри системы, извне не поступают. Введем следующие количественные характеристики системы:

$x(t)$ – количество новых элементов, создаваемых в единицу времени в момент t;

$a(t,s)$ – производительность труда в подсистеме А;

$y(t)$ – относительная доля элементов, созданных в момент t и остающихся в А;

$a_1(t)$ – временная граница сворачивания (отмирания) устаревших элементов в А;

$a_2(t)$ – - аналогичная граница для подсистемы Б;

$p(t)$ – выпуск внешнего продукта в момент t;

$\beta(t,s)$ – производительность труда в Б;

$m(t)$ – общее количество элементов, участвующих в производстве в момент t;

$N(t)-$ национальный доход (или общий выпуск продукции системы) в момент t; $\lambda(t)-$ цена новых элементов, созданных в момент, t.

Тогда двухсекторная макроэкономическая модель может быть записана следующим образом:

$$x(t)=\int_{a_{1(t)}}^{t} a(t,s)y(s)x(s)ds; \qquad (4)$$

$$p(t)=\int_{a_{2(t)}}^{t} \beta(t,s)[1-y(s)]x(s)ds; \qquad (5)$$

$$m(t)=\int_{a_{1(t)}}^{t} y(s)x(s)ds+\int_{a_{2(t)}}^{t}[1-y(s)]x(s)ds; \qquad (6)$$

$$N(t)=\lambda(t)x(t)+p(t); \qquad (7)$$

$$0\le y(t)\le 1, \quad 0\le a_i(t)<t, \quad t\in[t_0,T]. \qquad (8)$$

Будем предполагать, что нижние пределы - неубывающие функции (что означает невозможность восстановления выбывших элементов системы):

$$a_i'(t)\ge 0 \quad \forall\, t\in[t_0,T], i=1,2, \qquad (9)$$

при этом полагаем, что $a_i(t)$ непрерывно дифференцируемые функции.

Уравнения (4)-(6) определяют систему четырех интегро-функциональных уравнений относительно неизвестных функций $x(t), y(t)$, $a_1(t)$, $a_2(t)$ с дополнительными ограничениями (8), которые устанавливают зависимость выпуска конечного продукта p(t) от имеющихся в наличии ресурсов *x(t)*, y(t) и производительности труда (t, a), β(t,s).

Для замыкания системы (4)-(9) необходимо задание начальных функций $x_0(t), y_0(t)$ на предыстории [$\underline{a}(t_0)$, $(t_0]$,], где $\underline{a}(t_0)=\min a_1(t_0), a_2(t_0))$ так что дополнительно к (4)-(9)

$$x(t)=x_0(t), \quad y(t)=y_0(t), \quad t\in[\underline{a}(t_0),t_0). \qquad (10)$$

Приведенная интерпретация двухсекторной модели имеет значительную сферу приложений: помимо экономических систем она позволяет изучать развитие сложных социальных, экологических, биологических, медицинских и других систем, для которых представляет интерес проблема совершенствования за счет внутренних ресурсов, а также технический прогресс.

Наряду с базовой двухсекторной моделью развивающихся систем можно рассмотреть многосекторные модели. Необходимо отметить, что с ростом числа выделяемых в системе подсистем существенно усложняется ее исследование, поэтому рассмотрение, сложных моделей развивающихся систем оправдано только при наличии их ясной прикладной интерпретации.

Отметим частный случай (2.4), (2.5), (2.8)-(2.10), когда y(t) = 0, что означает отсутствие подсистемы А. В односекторном варианте интегральная модель В.М. Глушкова сводится к (2.1).

Большой интерес представляет односекторный вариант модели типа В.М. Глушкова [2]. Это объясняется тем, что отличительной технологической чертой электроэнергетики является невозможность аккумулирования производимой электроэнергии в больших количествах. Принято допущение, что в каждый момент времени производство и потребление электроэнергии совпадают. В математическом плане это означает присутствие в моделях лишь уравнений Вольтерра первого рода.

Модель представляет собой интегральное уравнение Вольтерра I рода переменными пределами интегрирования:

$$\int_{t-c(t)}^{t} \beta(t,s)x(s)ds = p(t), \quad t \in [t_0], \qquad (11)$$

$$x(t) = x_0(t), t \in [t_0 - c(t_0), t_0), \qquad (12)$$

Где

β(t, s) - коэффициент интенсивности использования в момент t единицы мощности, введенной ранее в момент s;

c(t) - срок службы самого старого в момент энергоблока в системе;

$x_0(t)$ – известная динамика вводов мощностей на предыстории $[t_0 - c(t_0), t_0)$.

Результаты исследований [5], [6], [7] показали, что интегральная модель (11) (12) достоверно отражает основные тенденции развития обобщенной ЭЭС. При этом отмечено, что агрегированная модель (11)-(12) служит, в основном, для качественной оценки процесса обновления генерирующего оборудования ЭЭС.

Рассмотрим применение интегральных моделей развивающихся систем типа В.М. Глушкова к задаче определения долгосрочной стратегии ввода генерирующих мощностей ЭЭС с разделением на типы оборудования. В составе генерирующего оборудования по своему сроку службы выделяются гидроэлектростанции, проектный срок службы которых порядка 100 лет (плотина) существенно превышает средний срок службы другого энергетического оборудования. Поэтому модели сделано разделение всего генерирующего оборудования на три типа: гидроэлектростанции (ГЭС); альтернативные источники энергии (солнечные, ветреные); станции, работающие на органическом топливе (ТЭС).

Введем следующие функции:

$x(t) \equiv x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ - искомый ввод генерирующих мощностей, имеет три составляющие (по типам станций): $x_1(t)$ соответствует ТЭС, $x_2(t)$ - АИЭ, $x_3(t)$ - ГЭС; β(t,s) ≡ $(\beta_1(t,s), \beta_2(t), \beta_2(t,s))$ - коэффициенты интенсивности использования в момент единицы мощности, введенной ранее в момент s (по типам станции);

p(t) - экспертно задаваемая на перспективу динамика потребности в электрической мощности;

$c(t) \equiv c_1(t), c_2(t), c_3(t))$ – срок службы самого старого в момент t энергоблока в ЭЭС (по типам станций);

$x^0(t) \equiv \left(x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t)\right)$ – известная динамика ввода мощностей на предыстории $[[t_0 - c_1(t_0), [t_0 - c_2[t_0), t_0), [t_0 - c_3(t_0), t_0)$ (соответственно типам станций);

a(t) - заданная функция, описывающая изменение доли суммарных мощностей ТЭС в общем составе генерирующего оборудования;

γ(t) - заданная функция, описывающая изменение доли суммарных мощностей ГЭС в общем составе генерирующего оборудования. Требуется определить динамику ввода мощностей ТЭС, ГЭС и АИЭ с учетом выбывания устаревшего оборудования на долгосрочную пер- спективу $[t_0$,T] при известных сроках службы оборудования электро-станций; в математическом плане задача сводится к нахождению допустимого решения следующей системы равенств-неравенсты:

$$\sum_{i=1}^{3} \int_{t-c_i(t)}^{t_j} \beta_i(t,s)x_i(s)ds \geq p(t), \tag{13}$$

$$\int_{t-c_1(t)}^{t} x_1(s)ds = a(t) \sum_{i=1}^{3} \int_{t-c_i(t)}^{t} x_i(s)ds, \tag{14}$$

$$\int_{t-c_3(t)}^{t} x_3(s)ds = \gamma(t) \sum_{i=1}^{3} \int_{t-c_i(t)}^{t} x_i(s)ds, \tag{15}$$

$$x_i(t) = x_i^0(t), t \in [t_0 - c_i(t_0), t_0), = \overline{1,3}, \tag{16}$$

$$x(t) \geq 0, \tag{17}$$

$$\gamma(t) + a(t) < 1 - \delta \tag{18}$$

где δ - некоторая экспертно задаваемая величина.

Неравенство (13) обеспечивает необходимую потребность p(t) электрической мощности, а равенства (14), (15) задают структуру генерирующих мощностей. Зависимость β(t-s) позволяет учитывать износ и другие факторы, влияющие на производительность оборудования после введения их в эксплуатацию.

Функции в нижних пределах интегрирования означают, что все мощности, созданные ранее временного порога t-c(t), в момент t никогда не используются.

Литература

1. Апарцин А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. - Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1999. - 193 с.
2. Глушков В.М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей // Управляющие системы и машины. - 1977. - №2. - С. 3–6.
3. Канторович Л.В., Горьков Л.В. О некоторых функциональных уравнениях, возникающих при анализе однопродуктовой экономической модели // Докл. АН СССР. 1959. - 129, № 4. - С. 732-736.
4. Яценко Ю.П. Интегральные модели систем с управляемой памятью. - Киев: Наук. думка, 1991. – 218 с
5. Караулова И.В., Маркова Е.В. Об одной задаче оптимального управления в интегральных моделях типа В.М. Глушкова // Материалы второго научно-

методического семинара "Информационные технологии в образовании и науке". - Иркутск: изд-во ИСЭМ со РАН, 2003. - С. 55-60.
6. Маркова Е.В. О численных методах решения интегральных уравнений Вольтерра I рода в моделях развивающихся систем // Proceedings of the International Workshop "Tools for Mathematical Modelling", SPb, Dec. 3–6, 1997. Изд-во СПбТУ, 1998. - С. 171- - - 175.
7. Маркова Е.В. Об особенностях численного решения уравнения Вольтерра I рода с переменным нижним пределом // Тр. XI Байкальской школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения". - Иркутск, 1998. – Т.4. – С. 134-137.